

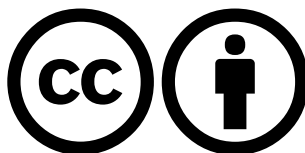
Exercicis i alguns apunts teòrics de Matemàtiques per les classes d'ESPA

NIVELL ESPA 2

Xavier Bordoy

Xavier Bordoy
Professor de Matemàtiques
Centre actual: CEPA Sud (Campos, Illes Balears)
Correu electrònic: somenxavier@gmail.com

© 2018 Xavier Bordoy. Excepte quan s'indiqui el contrari, aquesta obra està subjecta a la llicència “Reconeixement 4.0 Internacional de Creative Commons” (CC-BY 4.0). Això vol dir, *essencialment*, que podeu copiar, modificar i distribuir qualsevol part de l’obra com vulgueu, sempre que en citeu la font de manera explícita, d’acord amb els termes de la llicència. Per veure una còpia de la llicència, visiteu <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>.



Mathematics Subject Classification (2010): 97-01, 97A10

Aquest document està pensat per fer classes d’Educació Secundària de Persones Adultes (ESPA) de les Illes Balears amb el currículum establert l’any 2009 ([entrada 17698 del BOIB 117 de 11 d’agost de 2009](#)) amb una metodologia magistral o que impliqui, eventualment, una reiteració d’exercicis rutinaris o l’aplicació de tècniques de resolució de problemes específiques.

El document ha estat mecanografiat. Encara que s’hagi revisat diverses vegades és possible que hi hagi errors — el més probable de tipus tipogràfic o gramatical. Si en detecteu algun, si us plau, aviseu-me per correu electrònic. D’altra banda, si adapteu o modifiqueu aquesta obra i considereu que el canvi ha estat per millorar-la, us agrairia que m’ho comunicués i, si el canvi és del meu gust, l’incorporaré a l’obra original en els mateixos termes de la llicència.

Aquest document ha estat generat, dimarts 7 agost 2018 a les 16:41, usant el programari **CONTEXT** (versió 20180404 MKIV), **luatex** (versió 1.07) i **TikZ** sota un entorn **Linux**.

La informació obtinguda en aquest document pot no ser suficientment precisa. En aquest sentit, l’autor no assumeix cap responsabilitat ni obligació legal per cap error o omissió que pugui haver fet.

Índex de continguts

Materials aliens	iii
Continguts oficials	vi
1 Nombres enters	9
1.1 Ordenació, valor absolut, oposat	9
1.2 Suma i resta	11
1.2.1 Sense parèntesis	11
1.2.2 Amb parèntesis	13
1.2.3 Amb i sense parèntesis	14
1.2.4 Problemes	17
1.2.5 Suma i resta gràficament	20
1.3 Producte i divisió	22
1.4 Operacions combinades	26
1.5 Potències de nombres enters	32
1.5.1 Càlcul de potències	32
1.5.2 Propietats de les potències	35
2 Proporcionalitat numèrica	40
2.1 Relacions entre magnituds	40
2.2 Proporcionalitat directa	42
2.3 Proporcionalitat inversa	48
2.4 Percentatges	50
2.5 Proporcionalitat composta	57
2.6 Interès simple i interès compost	62
2.7 Repartiments proporcionals	63
2.8 Mesclats	66

3	Proporcionalitat geomètrica	73
	Fitxa 0. Introducció	73
	Què hem après?	80
	Fitxa 1. Ús d'escala gràfica	81
	L'escala numèrica	91
	Fitxa 2. Ús d'escala numèrica	92
3.1	Teorema de Tales	103
	Semblança	104
	Figures semblants	106
	Homotècies	115
3.1.4	Teorema de Tales	117
3.1.5	Hipsòmetre	124
	Informe de mesura amb l'hipsòmetre	125
4	Teorema de Pitàgores i cossos geomètrics	128
4.1	Teorema de Pitàgores	128
4.1.1	Tipus de figures planes	128
4.1.2	Tipus de triangles	129
4.2	Cossos geomètrics	139

Materials aliens

Els continguts següents no són propis i, per tant, es distribueixen amb les seves corresponents llicències i autories:

- Exercicis 7 i 8 del document “Posició de nombres enters” (camí: Recursos → Nombres → Nombres enters → Concepte de nombre enter). © Anònim 2005 CC-BY-NC-SA. toomates.net
- Exercicis de l’*a* al *g* del document “Suma i resta de nombres enters sense cancel·lació de signes” (camí: Recursos → Nombres → Nombres enters → Suma i resta de nombres enters sense cancel·lació de signes). © Gerard Romo Garrido 2006 CC-BY-NC-SA. toomates.net
- Exercicis del document “Multiplicació i divisió de nombres enters” (camí: Recursos → Nombres → Nombres enters → Multiplicació i divisió de nombres enters). © Pilar Compte 2007 CC-BY-NC-SA. toomates.net
- Exercicis del document “Operacions combinades amb nombres enters” (camí: Recursos → Nombres → Nombres enters → Operacions combinades amb nombres enters). © Anònim 2007 CC-BY-NC-SA. toomates.net
- L’exercici 148 correspon a l’exercici 23 del document *Proporcionalitat*. © 2008 IES Llobregat, Joan Carles Sampera Bonet. El material es distribueix sota llicència “Creative Commons Reconeixement-NoComercial-CompartirIgual 3.0 No adaptada” (CC BY-NC-SA 3.0). Disponible a www.toomates.net/Llistes/a2008/nov/materials_sampera/Proporcionalitat.doc
- Als exercicis 307 i 308, s’han utilitzat els [mapes de Google](http://maps.google.com). © 2010 Google.
- Als exercicis 309, 310, 311, 312, 313, 315, 319, 322, 326, 333, 334 i 329 s’han utilitzat els mapes de l’OpenStreetMap.org amb els mosaic de l’[equip Humanitari](http://Humanitari.org), que estan llicenciats sota [ODbL](http://ODbL.org) i [CC-BY-SA 2.0](http://CC-BY-SA.org). © 2014 Col·laboradors d’OpenStreetMap.
- Als exercicis 312, 313 i 326 s’ha utilitzat el servei de [Project OSRM](http://ProjectOSRM.org) © 2014 Project OSRM.
- Els exercicis 319, 322, 324, 336, 337, 338, 339, 345, 347, 355 i 356 són adaptacions o reproduccions de materials de toomates.net:

- Dossier “Semblança, girs i translacions” (camí: Recursos → Geometria → Figures geomètriques en el pla → Semblança). © Joan Carles Sampera Bonet 2008 CC-BY-NC-SA.
- Document “6 exercicis amb el Teorema de Tales” (camí: Recursos → Geometria → Figures geomètriques en el pla → Teorema de Tales). © Toomates.net 2005 CC-BY-NC-SA.
- Document “Teorema de Tales (I)” (camí: Recursos → Geometria → Figures geomètriques en el pla → Teorema de Tales). © Toomates.net 2005 CC-BY-NC-SA.
- A l'exercici 314, s'ha usat del programa [Marble Virtual Globe](#) (versió 1.8.20), el qual es distribueix sota llicència GNU LGPL 2, amb la capa *Moon Elevation* que es renderitza a partir de les dades de la NASA/SDIO i la USGS Astrogeology Research Program, les quals estan en el domini públic. 2008.
- A l'exercici 335, s'ha usat la imatge [718smiley.svg](#), de Wikimedia Commons, que es distribueix sota llicència CC-BY-SA 3.0. © 2008 Wikimedia Commons.
- A la secció “Hipsòmetre”, s'han usat les imatges “[The Leaning Tower of Pisa SB.jpeg](#)” CC-BY-SA 3.0 (© 2013 W. Lloyd MacKenzie i Wikimedia Foundation), l'arxiu “[Protactor Rapporteur Degrees V3](#)” CC0 1.0 (© 2011 Wikimedia Foundation). Aquesta secció està fortament inspirada en la [fitxa 25](#) de n'Anton Aubanell.
- A la secció “Teorema de Pitàgores” per a l'elaboració dels exercicis 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376 i 377 s'han usat els exercicis de na Margalida Garcias *ESPA 2 Matemàtiques*. Editorial Talaiot. Palma, 2012. Distribuït sota llicència CC-BY-NC-SA 3.0 a partir dels materials del programa *Educación Digital A Distancia* de Luis Barrios Calmaestra, Andrés Cassinello Espinosa, Juan Jesús Cañas Escamilla, José R. Galo Sánchez, Miguel Martín Cano, Carmel Ramírez García, Francisco J. Rodríguez Villanego i Consolación Ruíz Gil (traducció: Sergi del Moral Carmona i Zoila Pena i Terrén) també distribuït sota llicència CC-BY-NC-SA 3.0 Espanya.
- Els exercicis 397, 398, 399 i 400 estan extrets del llibre de text d'en Daniel Santos, Pilar García, Carmen Vázquez, Antonio Nevot, José Gil, Andrés Nortes Checa *Matemàtiques 4t Curs*. Editorial Santillana. © 1996.
- Les pàgines “[Per a practicar de l'Àrea de cossos geomètrics. Pàgina 1](#)”, “[Per a practicar de l'Àrea de cossos geomètrics. Pàgina 2](#)”, “[Autoavaluació de](#)

l'Àrea de cossos geomètrics”, “Solucions de l'Àrea de cossos geomètrics”, “Per a practicar del Volum de cossos geomètrics. Pàgina 1”, “Per a practicar del Volum de cossos geomètrics. Pàgina 2”, “Autoavaluació del Volum de cossos geomètrics” i “Solucions dels exercicis del Volum de cossos geomètrics” (pàgines de 140 a 147) s’han extret del llibre de na Margalida Garcias *ESPA 2 Matemàtiques*. Editorial Talaiot. Palma, 2012. Distribuït sota llicència CC-BY-NC-SA 3.0 a partir dels materials del programa *Educación Digital A Distancia* de Luis Barrios Calmaestra, Andrés Cassinello Espinosa, Juan Jesús Cañas Escamilla, José R. Galo Sánchez, Miguel Martín Cano, Carmel Ramírez García, Francisco J. Rodríguez Villanego i Consolación Ruíz Gil (traducció: Sergi del Moral Carmona i Zoila Pena i Terrén) també distribuït sota llicència CC-BY-NC-SA 3.0 Espanya.

L’ús dels materials aliens que mantenen tots els drets de d’autor es realitza acollint-se al dret de cita i ressenya per a fins docents amparat per l’article 32.2 de la Llei de Propietat Intel·lectual (Real Decreto Legislativo 1/1996, de 12 d’abril de 1996. [Entrada 8930](#) del BOE 97, de 22 d’abril de 1996).

Continguts oficials

Els següents punts són els continguts oficials que s'han d'impartir en els diversos temes que conformen el temari del nivell d'ESPA 2 (BOIB 117 de 11 d'agost de 2009). La classificació és meva.

Nombres enters

- Coneixement, necessitat i utilització dels nombres enters en diferents contextos de la vida real (quantitats, valor monetari, temperatura, temps)
- Significat, ús i efecte de les operacions amb nombres enters i fraccionaris: suma, resta, producte, divisió, potenciació. Jerarquia d'operacions i identificació de casos en què és necessària la utilització dels parèntesis

Proporcionalitat numèrica

- Generalització del concepte de proporcionalitat directa i inversa
- Els percentatges i la seva utilització per representar proporcions
- Resolució de problemes de la vida real utilitzant raons, percentatges, percentatges successius, proporcions directes i inverses i repartiments proporcionals seleccionant raonadament el tipus de nombre utilitzat (nombres enters, fraccions o decimals) i argumentant el procés seguit
- Anàlisi de consum elèctric a través de la relació de proporcionalitat entre potència consumida pels electrodomèstics i el temps de funcionament utilitzant la factura d'electricitat
- Identificació i utilització de les fraccions, els percentatges, la proporcionalitat directa i inversa i els nombres decimals en situacions de l'economia domèstica, el consum, la nutrició, els impostos (IRPF, IVA, seguretat social o declaració de la renda), o les nocions de macroeconomia (inflació, deflació, IPC, renda per càpita)
- Identificació i anàlisi matemàtica de les ofertes que es presenten als mitjans de comunicació amb relació a l'adquisició de productes en el mercat domèstic

Proporcionalitat geomètrica

- Aplicació del factor d'escala en la confecció i en la interpretació de mapes i plànols
- Reconstrucció de formes reals a partir de plànols corresponents al disseny de peces d'un objecte amb elements geomètrics o amb eines informàtiques
- Identificació i utilització de raons i proporcions geomètriques en la resolució de problemes de la vida real
- Investigació de la relació entre factor d'escala, longituds, àrea en figures semblants de dues i tres dimensions per resoldre problemes d'ampliacions i reduccions en context de l'habitatge, de la interpretació de mapes o d'altres aplicacions d'interès per a les persones adultes
- Creació i ús d'arguments per a justificar la semblança de triangles i per a l'aplicació del teorema de Tales
- Utilització de la proporcionalitat en l'aplicació del teorema de Tales i en la resolució de problemes de semblança de la vida real
- Aplicació de teoremes de Tales i de Pitàgores a la resolució de problemes per tal d'obtenir i dibuixar longituds i figures i mesurar distàncies inabastables
- Estudi, en la resolució i en l'ampliació d'imatges digitals, de la relació entre raó de semblança i àrea

Teorema de Pitàgores i cossos geomètrics

- Relació entre els triangles rectangles i el teorema de Pitàgores i el mètode de la corda com a eina per a fer construccions al llarg de la història
- Aplicació de teoremes de Tales i de Pitàgores a la resolució de problemes per tal d'obtenir i dibuixar longituds i figures i mesurar distàncies inabastables
- Reconeixement i utilització dels poliedres en contextos diversos (arquitectura, disseny, publicitat o art)
- Descomposició i composició de figures tridimensionals per a resoldre problemes d'àrees i volums en contextos de la vida real
- Representació de punts a la superfície terrestre: paral·lels i meridians, longitud i latitud i al pla cartesià
- Sistema de posicionament GPS

1 Nombres enters

1.1 Ordenació, valor absolut, oposat

Exercici 1. Localitzeu sobre la recta numèrica (figura 1.1) els nombres següents: 2, -5, 4, -3, 8.

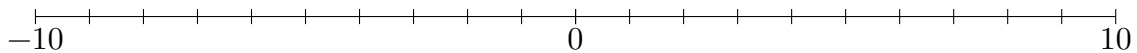


Figura 1.1 Recta numèrica

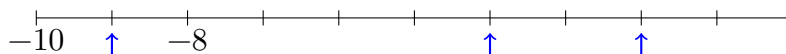
Exercici 2. Escriu els nombres compresos entre -71 i -67

Exercici 3. Assenyaleu quin nombre correspon a cadascun dels punts marcats a la recta:

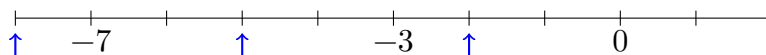
a)



b)



c)



d)



Exercici 4. En Caius va nèixer l'any -203 aC. Quin any va morir si va viure 74 anys? Nota: noteu que si hagués nascut el -10, no podríem haver sumat perquè no hi ha any 0.

Exercici 5. Un submarí de l'exercit rus està a 800 metres per davall de la mar. I un avió comercial està a 2100 metres. Quina distància els separa?

Exercici 6. Ordeneu de menor a major i representeu a la recta numèrica els nombres següents:

$$1, -4, 7, -3, 8, -5, +10, -1, 12, -7$$

Exercici 7. Trobeu l'oposat i el valor absolut dels nombres següents:

- | | |
|--------------|-------------|
| a) $Op(-10)$ | e) $Op(+5)$ |
| b) $ -10 $ | f) $ +5 $ |
| c) $Op(8)$ | g) $Op(0)$ |
| d) $ 8 $ | h) $ 0 $ |

Exercici 8. En una habitació, el termòmetre assenjala 22 graus centígrads, mentre que a fora estan a una temperatura de -5 graus. Quina és la diferència de temperatures?

Exercici 9. El matemàtic Euclides va morir l'any 265 aC. Si va viure 60 anys, a quin any va nèixer?

Exercici 10. Ordeneu de menor a major i representa a la recta numèrica els nombres següents:

$$10, -3, 7, -4, 8, -5, 0, -10, -1, -2, -7$$

Exercici 11. Trobeu l'oposat i el valor absolut dels nombres següents:

- | | |
|--------------|--------------|
| a) $Op(-12)$ | e) $Op(+50)$ |
| b) $ -12 $ | f) $ +44 $ |
| c) $Op(80)$ | g) $Op(-1)$ |
| d) $ 44 $ | h) $ 0 $ |

1.2 Suma i resta

1.2.1 Sense parèntesis

Exercici 12. Calculeu

- | | | | |
|-------------|-------------|-------------|--------------|
| a) $9 - 4$ | d) $8 - 9$ | g) $5 - 11$ | j) $10 - 12$ |
| b) $4 - 9$ | e) $11 - 7$ | h) $3 - 7$ | k) $10 - 15$ |
| c) $10 - 8$ | f) $7 - 11$ | i) $1 - 6$ | l) $14 - 21$ |

Exercici 13. Trobeu el valor de les expressions següents:

- | | | | |
|-------------|-------------|--------------|---------------|
| a) $-2 + 6$ | c) $-1 + 9$ | e) $-8 + 2$ | g) $-12 + 5$ |
| b) $-4 + 7$ | d) $-7 + 2$ | f) $-10 + 8$ | h) $-15 + 25$ |

Exercici 14. Opereu:

- | | | | |
|-------------|-------------|-----------------|--------------------|
| a) $-1 - 1$ | d) $-2 - 5$ | g) $-6 - 6$ | j) $5 - 2 + 3$ |
| b) $-1 - 2$ | e) $-4 - 3$ | h) $-10 - 2$ | k) $-10 + 2 - 20$ |
| c) $-2 - 3$ | f) $-7 - 1$ | i) $10 - 4 + 2$ | l) $10 - 200 - 12$ |

Exercici 15. Calculeu:

- | | |
|---------------------|-------------------------------|
| a) $+2 - 7 + 5$ | d) $6 - 8 - 6 + 5 + 4 - 6$ |
| b) $+12 - 5 - 8$ | e) $-3 - 5 + 2 - 1 - 7 + 4$ |
| c) $13 - 9 + 5 - 7$ | f) $-8 - 7 + 2 + 9 - 10 + 18$ |

Exercici 16. Calculeu:

- a) $-4 + 3 - 7 - 11 + 23$
- b) $-456 + 23 - 10 + 12 - 788$
- c) $-70 - 80 + 12 - 14$
- d) $-67 + 29 - 23 - 23 + 34 - 44$
- e) $90 - 900 + 89 - 76 - 97 - 76 + 243 - 78$
- f) $898 - 87 + 234 - 1011 - 1223$
- g) $898 - 86 - 233 + 2323 - 9800$

Exercici 17. Calculeu:

- | | |
|-------------------------------------|---|
| a) $-3 - 2 - 1 + 5 + 7 + 4$ | d) $-5 + 6 - 3 + 6 + 3 - 5 - 2 + 1$ |
| b) $+3 + 5 + 2 + 1 - 8 - 4 - 9 - 5$ | e) $8 - 3 - 9 + 4 + 2 + 9 - 4 - 6 + 8$ |
| c) $+4 + 7 + 2 + 9 - 3 + 4 - 3 - 2$ | f) $-5 - 3 - 4 + 7 + 2 + 3 - 6 - 4 + 6$ |

- g) $-2 - 4 + 8 + 4 - 6 + 7 - 2 + 9 - 5$ m) $+3 - 5 + 4 - 6 + 7 - 8 + 4 + 5 + 6$
h) $-3 + 5 + 4 - 8 + 3 + 8 - 2 - 7 - 9$ n) $-4 + 5 - 6 + 7 - 3 + 6 - 9 + 4 - 5$
i) $+4 - 7 + 4 - 5 + 7 - 2 + 4 - 5 + 5$ o) $-2 - 8 - 5 - 9 + 4 + 6 + 3 + 7 - 2$
j) $+2 - 4 + 5 - 6 + 7 - 3 + 5 - 6 + 7$ p) $+1 - 8 + 6 - 4 + 9 - 5 - 6 - 4 + 7 + 1$
k) $-3 - 4 - 6 - 7 + 34 - 5 + 6 - 7 + 5$ q) $-3 - 7 + 2 + 9 - 5 + 7 - 4 - 5 + 9 + 6$
l) $+3 - 5 + 6 - 7 + 3 - 7 + 4 - 5 - 9$

Exercici 18. Opereu:

- a) $-6 - 20 - 80 - 1$ c) $-12 - 10 + 25 - 5 - 2$
b) $-10 + 80 - 7 + 8$ d) $-5 - 8 + 90 + 41$

Exercici 19. Calculeu:

- a) $-40 + 6 - 9 - 28 + 34$
b) $-648 + 402 - 49 + 10 - 78$
c) $-7 - 78 + 28 - 45$
d) $-670 + 30 - 78 - 767 + 87 - 33$
e) $9 - 89 + 9 - 70 - 90 + 80 + 34 - 43$
f) $88 - 77 + 23 + 890 - 23$
g) $89 - 890 + 456 + 2560 - 1000$

Exercici 20. Calculeu:

- a) $+0 + 6 - 5 - 1 + 3$ e) $90 - 89 + 88 - 6 - 7 + 8 + 7 - 4$
b) $+6 + 42 - 9 - 10 + 7$ f) $-8 - 7 - 3 + 890 - 56$
c) $-70 - 780 + 20 - 45 - 78$ g) $9 - 800 + 450 - 256 + 1000$
d) $-80 - 80 + 8 - 77 + 11 - 33$

Exercici 21. Calculeu:

- a) $12 - 8 + 4 - 9 - 3 + 10$ c) $-1 - 3 + 5 - 8 - 4 - 3 + 2$
b) $5 - 9 + 7 - 4 - 6 + 8$ d) $-6 - 9 + 4 + 12 - 15 + 21$

Exercici 22. Calculeu:

- a) $17 + 20 + 92 - 93 + 47 + 54$ g) $-26 + 96 - 1 + 5 - 16 - 3$
b) $95 + 50 - 37 + 94 - 3 + 29$ h) $72 + 35 + 69 + 13 + 72 - 9$
c) $-48 + 61 + 55 + 42 + 5 - 84$ i) $98 + 45 - 82 - 51 - 63 - 95$
d) $75 - 12 + 89 - 9 + 66 - 70$ j) $28 - 74 + 92 - 86 + 8 + 16$
e) $34 - 43 + 5 - 27 + 18 + 10$ k) $-24 - 15 + 22 - 77 - 71 - 60$
f) $73 - 24 - 38 - 96 - 80 - 35$ l) $-35 + 32 - 96 + 14 - 91 - 59$

Exercici 23. Opereu:

a) $-5 + 2 - 8 - 12 + 20$

b) $-7 + 8 - 78 + 80 - 90$

c) $-120 - 11 + 20 - 5 + 2$

d) $-5 - 8 - 89 + 40$

Exercici 24. Opereu:

a) $-4 + 5 - 3 + 8 - 10$

b) $-6 - 3 - 2 + 3 + 5$

c) $8 - 3 - 13 + 20$

d) $2 + 5 - 2 - 7$

Exercici 25. Opereu:

a) $-5 + 2 - 8 - 12 + 20$

b) $-7 + 8 - 78 + 80 - 90$

c) $-12011 + 20 - 5 + 2$

d) $-5 - 8 - 89 + 40$

1.2.2 Amb parèntesis

Exercici 26. Opereu:

a) $(4) + (8)$

b) $(7) + (13)$

c) $(-7) + (-8)$

d) $(-2) + (-5)$

e) $(-5) + (8)$

f) $(-2) + (10)$

g) $(-5) + (3)$

h) $(-10) + (4)$

Exercici 27. Opereu:

a) $(2) - (4)$

b) $(-4) - (-4)$

c) $(-8) - (-4)$

d) $(2) - (-4)$

Exercici 28. Calculeu:

a) $(6) + (3) + (-4)$

b) $(8) + (-8) + (-7)$

c) $(7) + (-6) + (-9)$

d) $(2) + (-9) + (3)$

e) $(5) + (-3) + (-7)$

f) $(-5) + (3) + (-7)$

Exercici 29. Efectueu les operacions següents:

a) $(7) + (8) - (-7)$

b) $(2) + (3) - (4)$

c) $(8) + (-2) - (8)$

d) $(8) + (-2) - (-8)$

e) $(-7) + (-2) - (6)$

f) $(-7) + (2) - (-6)$

g) $(-14) + (4) + (8)$

h) $(8) - (4) + (6)$

i) $(8) - (4) - (8)$

Exercici 30. Calculeu:

a) $(+2) + (+6)$

b) $(-3) + (-1)$

c) $(+12) + (+2)$

d) $(+6) + (+7)$

e) $(+5) + (+1)$

f) $(-23) + (-10)$

g) $(-1) + (-22)$

h) $(-9) + (-4)$

i) $(+6) + (+8)$

- | | | |
|--------------------|--------------------|-------------------|
| j) $(-12) + (-11)$ | p) $(-3) + (+10)$ | v) $(+8) + (-9)$ |
| k) $(+7) + (+5)$ | q) $(+1) + (-1)$ | w) $(+4) + (+6)$ |
| l) $(-8) + (-8)$ | r) $(-7) + (+3)$ | x) $(-2) + (-13)$ |
| m) $(+4) + (-3)$ | s) $(-12) + (+4)$ | y) $(-8) + (+1)$ |
| n) $(-6) + (+5)$ | t) $(+9) + (-11)$ | z) $(+4) + (-2)$ |
| o) $(+5) + (-15)$ | u) $(-12) + (+12)$ | |

Exercici 31. Calculeu:

- | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|
| a) $(+4) + (+5)$ | j) $(+17) + (+3)$ | s) $(+5) + (-16)$ |
| b) $(-2) + (-2)$ | k) $(-3) + (+3)$ | t) $(-4) + (-1)$ |
| c) $(+6) + (-9)$ | l) $(+44) + (-33)$ | u) $(+5) + (-9)$ |
| d) $(-8) + (+4)$ | m) $(-7) + (-5)$ | v) $(+3) + (+15)$ |
| e) $(+5) + (-5)$ | n) $(+1) + (-7)$ | w) $(-50) + (+60)$ |
| f) $(+7) + (-3)$ | o) $(-9) + (+10)$ | x) $(-32) + (-33)$ |
| g) $(-6) + (-12)$ | p) $(-13) + (+11)$ | y) $(+18) + (-21)$ |
| h) $(-10) + (-2)$ | q) $(+23) + (+7)$ | z) $(-14) + (+14)$ |
| i) $(-4) + (+14)$ | r) $(-4) + (-4)$ | |

Exercici 32. Calculeu:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a) $(+2) + (+8) + (+3)$ | n) $(-6) + (+3) + (-1)$ |
| b) $(-4) + (-2) + (+9)$ | o) $(-13) + (-7) + (-5)$ |
| c) $(-10) + (+4) + (-3)$ | p) $(-4) + (+2) + (+2)$ |
| d) $(+6) + (-7) + (-1)$ | q) $(-2) + (-2) + (+6)$ |
| e) $(-12) + 0 + (-5)$ | r) $(-14) + 0 + (+29)$ |
| f) $(+7) + (-8) + (+1)$ | s) $(-3) + (-3) + (-3)$ |
| g) $(-9) + (-2) + (-2)$ | t) $(+5) + (+9) + (-2)$ |
| h) $(-4) + (+7) + (-8)$ | u) $(-3) + (-6) + (+5)$ |
| i) $(-5) + (+5) + (+5)$ | v) $(+2) + (-12) + (+7)$ |
| j) $(+1) + (-20) + (-6)$ | w) $(-16) + (-5) + (+3)$ |
| k) $(+31) + (-7) + (-4)$ | x) $(+4) + (-15) + (-2)$ |
| l) $(-2) + (+1) + (-23)$ | y) $(-6) + (-6) + (+8)$ |
| m) $(+5) + (-15) + (-4)$ | z) $(+3) + 0 + (-5) + 0$ |

1.2.3 Amb i sense parèntesis

Exercici 33. Opereu:

- | | | |
|----------------|----------------|-----------------------|
| a) $7 - 8 + 3$ | c) $7 - 1 + 8$ | e) $5 - 3 + 7$ |
| b) $6 - 8 + 5$ | d) $2 - 9 + 3$ | f) $10 - 5 + 96 - 24$ |

g) $50 - (2 + 3 - 4)$ h) $10 + (4 + 9 - 8)$ i) $5 + (-6 + 2 - 1)$

Exercici 34. Lleveu els parèntesis i després opereu:

- a) $-(+12) - 2 - (-20) - 19 + (-2)$
 b) $90 + (+90) - (-18) - 7 - (+8)$
 c) $-(-12) - 10 + (-28) - (-15)$
 d) $-135 - (-82) - (-70) + (-40) - (-2) + 0$

Exercici 35. Lleveu els parèntesis i després opereu:

- a) $-(-10) + 2 - (+25) - 11 + (-20)$ c) $-(-121) - 11 + (-278) - (-15)$
 b) $7 + (+90) - (-8) - 78 - (+81)$ d) $135 - (-8) - (-78) + (-40)$

Exercici 36. Lleveu els parèntesis i després opereu:

- a) $-(-5) + (-3) + (+2)$
 b) $(+5) - (+9) - (-1) + (-10)$
 c) $+(+5) - (-3) - (-84) + (-24)$
 d) $-4 + 5 - 3 + 8 - 10$
 e) $-6 - 3 - 2 + 3 + 5$
 f) $8 - 3 - 13 + 20$

Exercici 37. Primer treieu els parèntesis, i després, calculeu:

- a) $(+3) - (+9) + (+10) - 3$ h) $6 + (-14) + (+3) - (-5) - 1$
 b) $4 - (-14) - (-2) - (+15)$ i) $-3 + 7 - 10 - 5 - 0 + (+1) - (+3)$
 c) $-3 + (-1) - (+14) - 3$ j) $-12 + (+11) - (-12) - (-16)$
 d) $-(-5) - (+6) - 0 + 7 - (-1)$ k) $+4 - 8 + 3 - 12 + (-1) + (-1)$
 e) $10 - 15 - (-19) + 10 - (-15) + (-13)$ l) $-2 + 0 - 2 + (+6) - (-7) - 0 - 3$
 f) $-4 + (+7) - 3 - 7 + (-8) - (-8)$ m) $-5 - (+5) + (-5) + 5 + (-5)$
 g) $9 - 11 + (-9) - (-2) - (-2)$ n) $-(-6) - (+13) - (-12) + 4 - 7$

Exercici 38. Primer treieu els parèntesis, i després, calculeu:

- a) $+(+3) - 6 - (+9) - 0 + (+2)$ f) $(-4) - (+3) - 13 - (+20) - (-8)$
 b) $24 - (-14) - (-5) - (+5)$ g) $4 - 8 + (-8) - (-4) - (-4)$
 c) $-7 - 13 + (-11) - (+4) - 1$ h) $16 + (-13) + (+13) - (-15)$
 d) $6 - (-3) - (+6) - 0 + 4 - (-10)$ i) $-(-5) - 3 + 9 - (+5) - (+7)$
 e) $-3 - 1 - 5 - (-9) + 7 - 0 - (-6)$ j) $- (+8) - 5 + (+1) - (-9) - (-4)$

- k) $+3 - 7 + 3 - 2 + (-10) + (-11)$ o) $-(-12) + (+13) - 14 - (-15)$
 l) $-(-5) - 2 + 0 - 2 - (-2) - 0 - 1$ p) $3 - 7 + 12 - 16 + (+10)$
 m) $-15 - (+15) + (-5) + 5 + (-15)$ q) $-(-4) - 7 - (+12) - 1 - 1$
 n) $-(-5) - (+3) - (-2) + 10 - 17$

Exercici 39. Opereu prèviament llevant parèntesis:

- a) $-(-10) + 2 - (+25) - 11 + (-20)$
 b) $7 + (+90) - (-8) - 78 - (+81)$
 c) $-(-121) - 11 + (-278) - (-15)$
 d) $135 - (-8) - (-78) + (-40)$

Exercici 40. Feis aquestes restes de nombres enters:

- a) $(-6) - (+9)$ e) $40 - (-65)$
 b) $6 - (+9)$ f) $40 - (+65)$
 c) $(-15) - (+25)$ g) $60 - (-50)$
 d) $(-15) - (-25)$

Exercici 41. Sumeu aquests nombres enters:

- a) $(-5) + (-3) + (-2)$ f) $6 + (-12) - 18 + (-4)$
 b) $(-2) + 3 + 5 + (-6)$ g) $(-20) + (-10) + 15 + (-5)$
 c) $10 + (-4) + (-5) + 7$ h) $12 + 18 + (-13) + (-7)$
 d) $(-7) + (-15) + 10 + (-2)$ i) $(-9) + 14 + (-5) + 16$
 e) $(-10) + (-6) + 15 + 10$

Exercici 42. Calculeu:

- a) $(-5) + (-3) - (+4)$
 b) $- (+2) - (+3) + (-10) + (+22)$
 c) $(-10) - (-42) - (+23) + (+12) - 54$
 d) $10 - 54 - (+34) + (-5) - (-2)$

Exercici 43. Efectueu les operacions següents:

- a) $(-10) - (+9)$ b) $+3 - (+9)$ c) $(-10) - (+20)$

Exercici 44. Calculeu:

- a) $-50 + 2 - 8 - 12 + 20$ c) $-12 - 11 + 2 - 5 + 2$
 b) $-7 + 18 - 70 + 80 - 90$ d) $+9 - 80 - 89 + 40$

Exercici 45. Lleveu els parèntesis i després opereu:

a) $-(-10) + 2 - (+25) - 11 + (-20)$ b) $7 + (+90) - (-8) - 78 - (+81)$

Exercici 46. Opereu:

a) $+(+4) - (-7) + 5 - 8$	j) $-(-2) - (+4) - (+4) - 2 + 9 - 5$
b) $-2 + (+6) - (-4) + 7$	k) $-(+5) - (-8) + 3 - (-7) + (-9)$
c) $-(-4) - 8 - (-6) - 9 + (+4) + 5 - 2$	l) $-(-7) + (-4) - 5 - 2 + 4 - 5 + 5$
d) $-3 - (2) - 1 + (+5) + 7 + 4$	m) $+(-2) - (+4) + 53 + 5 - 6 + 7$
e) $+3 + (-5) + (-2) - 8 - 4 - 9 - 5$	n) $-(+3) - (-6) - (+7) - 7 + 5$
f) $+(+7) - (+2) + 9 - 3 + 4 - 3 - 2$	o) $+(-3) - (+5) + (-6) - (-7)$
g) $-5 - (+6) + (-3) - 5 - 2 + 1$	p) $+(-5) + (-4) - (-6) + (-7) - (+8)$
h) $-(-3) + (-4) + (+9) - 6 + 8$	q) $-(+4) + (-5) - (+6) + (-7)$
i) $-5 - (-4) + 7 + (+2) - 4 + 6$	

Exercici 47. Calculeu:

a) $(+2) + (+8) + (+3)$	n) $(-6) + (+3) + (-1)$
b) $(-4) + (-2) + (+9)$	o) $(-13) + (-7) + (-5)$
c) $(-10) + (+4) + (-3)$	p) $(-4) + (+2) + (+2)$
d) $(+6) + (-7) + (-1)$	q) $(-2) + (-2) + (+6)$
e) $(-12) + 0 + (-5)$	r) $(-14) + 0 + (+29)$
f) $(+7) + (-8) + (+1)$	s) $(-3) + (-3) + (-3)$
g) $(-9) + (-2) + (-2)$	t) $(+5) + (+9) + (-2)$
h) $(-4) + (+7) + (-8)$	u) $(-3) + (-6) + (+5)$
i) $(-5) + (+5) + (+5)$	v) $(+2) + (-12) + (+7)$
j) $(+1) + (-20) + (-6)$	w) $(-16) + (-5) + (+3)$
k) $(+31) + (-7) + (-4)$	x) $(+4) + (-15) + (-2)$
l) $(-2) + (+1) + (-23)$	y) $(-6) + (-6) + (+8)$
m) $(+5) + (-15) + (-4)$	z) $(+3) + 0 + (-5) + 0$

Exercici 48. Opereu:

a) $-5 + 2 - 8 - 12 + 20$	c) $-120 - 11 + 20 - 5 + 2$
b) $-7 + 8 - 78 + 80 - 90$	d) $-5 - 8 - 89 + 40$

1.2.4 Problemes

Exercici 49. Considereu el conjunt de fitxes de dòmino format per fitxes que tenen com a extrems nombres sencers de -6 a $+6$ (teniu un exemple de fitxa a la figura 1.2).

-3	+2
----	----

Figura 1.2 Exemple de fitxa de dòmino

D'aquest conjunt, agafeu com a màxim set fitxes de manera que:

- Estiguin en contacte nombres oposats
- La suma dels extrems sigui 1
- Els extrems estiguin a distància 2
- En tots els casos anteriors, quina seria la suma de tots els nombres de les fitxes?
- Podeu trobar una seqüència de tres fitxes que els seus nombres sumin -6?

Exercici 50. Aquestes són els moviments de diners d'una persona durant una setmana

- Fer la compra al supermercat per 60€
 - Cobrar la nòmina de 1.200€
 - Fer-li un regal a sa tia per valor de 50€
 - Comprar uns calçons per 20€
 - Apuntar-se al CEPA Sud (15 €) fent una transferència (comissió de 1,5€)
 - Retornar els calçons i comprar-se'uns altres per 30 €
 - Fer una *feineta* de pintor i cobrar 200€
- Ordeneu els moviments segons siguin despeses o guanys
 - Representeu cada moviment amb un nombre sencer
 - Quantes despeses ha tengut aquesta persona?
 - Quants de guanys?
 - Quin és el balanç a final de setmana?

Solucions de “Suma i resta”

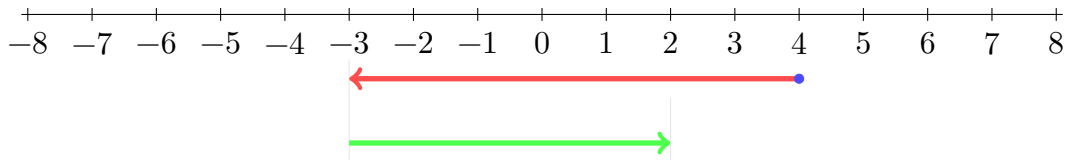
1. Exercici 26: (a.) 12 (b.) 20 (c.) -15 (d.) -7 (e.) 3 (f.) 8 (g.) -2 (h.) -6
 2. Exercici 27: (a.) -2 (b.) 0 (c.) -4 (d.) 6
 3. Exercici 28: (a.) 5 (b.) -7 (c.) -8 (d.) -4 (e.) -5 (f.) -9
 4. Exercici 29: (a.) 22 (b.) 1 (c.) -2 (d.) 14 (e.) -15 (f.) 1 (g.) 18 (h.) 10 (i.) -4
 5. Exercici 33: (a.) 2 (b.) 3 (c.) 14 (d.) -4 (e.) 9 (f.) 77 (g.) 49 (h.) 15 (i.) 0
 6. Exercici 34: (a.) -15 (b.) 183 (c.) -11 (d.) -21
 7. Exercici 35: (a.) -44 (b.) -54 (c.) -118 (d.) 181
 8. Exercici 36: (a.) 4 (b.) -13 (c.) 68 (d.) -4 (e.) -2 (f.) +12
 9. Exercici 37: (a.) 1 (b.) 5 (c.) -21 (d.) 7 (e.) -16 (f.) -7 (g.) -7 (h.) -1 (i.) -13 (j.) 27 (k.) -15 (l.) +6 (m.) -15 (n.) 2
 10. Exercici 41: (a.) -10 (b.) 0 (c.) +8 (d.) -14 (e.) +9 (f.) -28 (g.) -20 (h.) 10 (i.) 16
-

1.2.5 Suma i resta gràficament

Exemple 1. Volem fer la suma $4 - 7 + 5$ gràficament. Apliquem aquestes regles:

- Partim del primer nombre
- Si sumem, anem cap a la dreta
- Si restem, anem cap a l'esquerra
- La longitud cap a la dreta o cap a l'esquerra és el valor absolut del nombre que sumem o restem

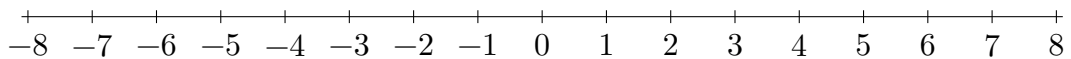
D'aquesta manera:



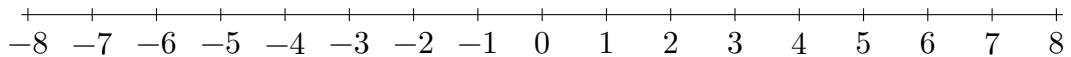
- Partim del nombre 4
- Anem cap a l'esquerra (signe $-$) 7 unitats
- Anem cap a la dreta (signa $+$) 5 unitats
- El resultat és 2

Exercici 51. Realitza les següents operacions com a l'exemple anterior:

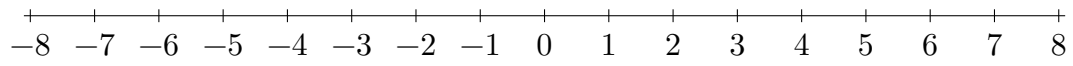
a) $3 - 4 + 9 =$



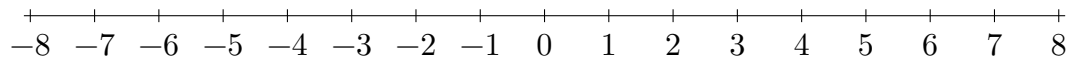
b) $6 - 8 + 5 =$



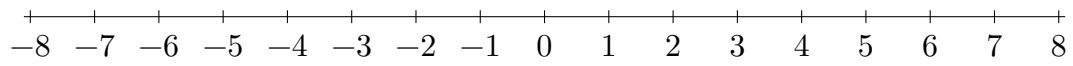
c) $3 - 5 + 7 =$



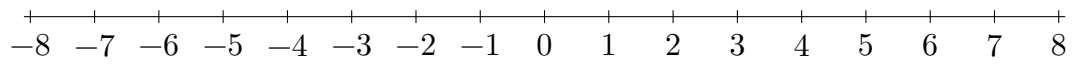
d) $-7 + 9 - 2 =$



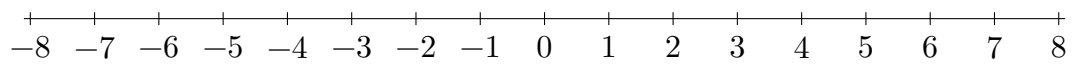
e) $-4 - 3 + 5 =$



f) $+5 - 8 - 4 =$



g) $-6 + 9 + 2 =$



1.3 Producte i divisió

Exercici 52. Calculeu:

- | | | |
|------------------------|------------------------|--------------------|
| a) $(+2) \cdot (+6)$ | j) $(-11) \cdot (-11)$ | s) $(-12) : (+4)$ |
| b) $(-3) \cdot (-10)$ | k) $(+7) \cdot (+5)$ | t) $(+99) : (-11)$ |
| c) $(+12) \cdot (+12)$ | l) $(-8) \cdot (-8)$ | u) $(-120) : (+4)$ |
| d) $(+6) \cdot (+7)$ | m) $(+4) \cdot (-3)$ | v) $(+80) : (-20)$ |
| e) $(+5) \cdot (-4)$ | n) $(-6) : (+3)$ | w) $(+36) : (+6)$ |
| f) $(-23) \cdot (-10)$ | o) $(+15) : (-5)$ | x) $(-26) : (-13)$ |
| g) $(-30) \cdot (-20)$ | p) $(-3) : (+1)$ | y) $(-18) : (+6)$ |
| h) $(-9) \cdot (-4)$ | q) $(+200) : (-10)$ | z) $(+4) : (-2)$ |
| i) $(+6) \cdot (+8)$ | r) $(-7) : (+7)$ | |

Exercici 53. Calculeu:

- | | | |
|------------------------|-----------------------|-------------------------|
| a) $(+14) \cdot (+2)$ | j) $(+7) \cdot (+7)$ | s) $(+5) \cdot (-25)$ |
| b) $(-20) \cdot (-20)$ | k) $(-3) : (+3)$ | t) $(-36) : (-12)$ |
| c) $(+6) \cdot (-9)$ | l) $(+111) : (-3)$ | u) $(+810) : (-9)$ |
| d) $(-8) : (+4)$ | m) $(-35) : (-5)$ | v) $(+45) : (+15)$ |
| e) $(+5) : (-5)$ | n) $(+10) \cdot (-7)$ | w) $(-24) \cdot (+2)$ |
| f) $(+900) : (-30)$ | o) $(-880) : (+11)$ | x) $(-11) \cdot (-5)$ |
| g) $(-4) \cdot (-12)$ | p) $(-130) : (-13)$ | y) $(+18) : (-6)$ |
| h) $(-10) : (-2)$ | q) $(+7) \cdot (+8)$ | z) $(-300) \cdot (+20)$ |
| i) $(-4) : (+8)$ | r) $(-6) \cdot (-4)$ | |

Exercici 54. Calculeu:

- | | |
|---|--|
| a) $(-30) \cdot (-2) : (-5)$ | e) $-900 \cdot (-7) : (+5) : (-2) : (-10)$ |
| b) $(-50) : (-5) : (-2) \cdot (+10)$ | f) $-50 \cdot (-10) \cdot (-5) : (+2)$ |
| c) $10 \cdot (-2) : (+5) \cdot (-20)$ | g) $4 \cdot 20 \cdot (-15) : (-2)$ |
| d) $+400 \cdot (-20) \cdot (-5) : (-4)$ | h) $-7 \cdot (-8) \cdot (+10) : (-4)$ |

Exercici 55. Completeu aquests quadres:

:	+3	-2	-6	-30
+60				
-600				
+90				

·	+3	-20	5	-81
+8				
-3				
+4				

Exercici 56. Opereu:

- a) $(-4) \cdot (+5)$
b) $(-4) \cdot (-9)$
c) $(+3) \cdot (-2) \cdot (-4)$
d) $(-9) \cdot (-3) \cdot (-1)$
e) $3 \cdot (-4) \cdot (+1)$

Exercici 57. Calculeu:

- a) $(+3) \cdot (+6) : (-2)$
b) $(-30) : (-5) \cdot (+200)$
c) $(+12) : (+2) : (-3)$
d) $(+60) : (+3) \cdot (-4)$
e) $(+1) \cdot (-1) : (-1) \cdot (-1)$
f) $-(-7) \cdot (-5) \cdot (-3) \cdot (-2)$
g) $(-100) : (-2) : (-5)$
h) $-(-18) : (-9) \cdot (+3)$
i) $+(+6) : (+2) \cdot (+6) \cdot (-10)$
j) $(-121) : (-11) \cdot (-3)$
k) $(+7) \cdot (+17) \cdot 0 \cdot (+5)$
l) $-(-8) \cdot (-8) : (+4) : (+2)$
m) $(+14) : 7 \cdot (-3)$
n) $(-6) \cdot (+5) : (-3) : (-1)$

Exercici 58. Calculeu:

- a) $(+40) : (+2) : (-2) : (-5)$
b) $-(-5) \cdot (-5) \cdot (+20)$
c) $4 \cdot (+2) \cdot (-9) : (+3) \cdot (-7)$
d) $(+15) : (+3) \cdot (-40) : (-2)$
e) $(+22) : (-11) : (-1) \cdot (-11)$
f) $-(+14) : (-7) \cdot (-5) : (-2) \cdot (-3)$
g) $-(-200) : (-40) : (-5) \cdot (+6)$
h) $-(+16) : (-4) \cdot (+6) : (-3)$
i) $-(+9) : (+3) \cdot (+7) \cdot (-2)$
j) $(-144) : (-6) : (+6) \cdot (-3)$
k) $(+23) \cdot (-1) \cdot 0 \cdot (+25)$
l) $-(-81) : (-9) \cdot 0 \cdot (+4)$
m) $(+13) \cdot 2 \cdot (-3) \cdot (-10)$
n) $(-36) : (-9) \cdot (+5) : (-2)$
o) $-(-25) : (+5) \cdot (-3) \cdot 10$

Exercici 59. Feis aquestes multiplicacions:

- a) $3 \cdot (-5)$
b) $-6 \cdot 8$
c) $-4 \cdot (-2)$
d) $-15 \cdot 6$
e) $3 \cdot (-3) \cdot (-6)$
f) $-3 \cdot (-5) \cdot (-1) \cdot 5$

$$g) 5 \cdot 3 \cdot (-6) \cdot (-4)$$

$$h) 3 \cdot (-3) \cdot (-5) \cdot (-7)$$

Exercici 60. Completeu:

$$a) (+125): \boxed{} = -25$$

$$c) (+169): \boxed{} = -13$$

$$b) (-144): \boxed{} = 12$$

$$d) (-203): \boxed{} = 7$$

— Solucions de “Producte i divisió” —

1. Exercici 54: (a.) -12 (b.) -50 (c.) 80 (d.) -10.000 (e.) 63 (f.) -1.250 (g.) $+600$
(h.) -140
 2. Exercici 58: (a.) $+2$ (b.) -500 (c.) $+168$ (d.) $+100$ (e.) $+22$ (f.) -15 (g.) $+6$
(h.) -8 (i.) $+42$ (j.) -12 (k.) 0 (l.) 0 (m.) $+780$ (n.) -10 (o.) -150
-

1.4 Operacions combinades

Exercici 61. Calculeu:

a) $3 - 5 \cdot (-2) + 4$

d) $-5 : (-1) - (-2) + (-5)$

b) $5 \cdot (-3) + 2 \cdot (-7)$

e) $-6 - 3 : (-3) \cdot 6 + 2$

c) $90 : (-2) \cdot 6 - 2$

Exercici 62. Calculeu:

a) $-5 - (-4 + 6 - 10) + 2$

d) $(-12 : (-3) - 13) : (-9)$

b) $90 : (-5) : (-1 + 2 + 4 - 6) - (-2)$

e) $-500 : (-2 + 4) + (-2) + (-5)$

c) $-5 : (-1) + (-3 + 4 - 5) : (-2)$

f) $-5 + 23 - 70 \cdot (+9 - 1 \cdot (-5))$

Exercici 63. Calculeu les operacions següents:

a) $(-5 - 3 \cdot 12) \cdot 20 + (-5 + 2) \cdot 3$

d) $-6 : 6 : (-1) \cdot 2 \cdot 4 + 4 : (-2) \cdot 1 \cdot 6 : (-2)$

b) $-6 + 3 \cdot (-5 \cdot 4 + 12) - 12 : 2$

e) $-4 + 5 \cdot (-5) + 7 \cdot (-2 + 2)$

c) $-6 : (-2) \cdot (-9 + 1) + 2 \cdot (-2 + 7)$

f) $(-3 + 3 \cdot (-5)) : (-2) + (3 - 4 \cdot 2)$

Exercici 64. Calculeu:

a) $-5 + 10 \cdot (-2)$

d) $110 : (-2) - (-5) + 2$

b) $-2 \cdot (-5) - 3 \cdot (-7)$

e) $-6 + 30 : (-6) \cdot 4 - (-2)$

c) $50 : (-2) + 6 \cdot (-2)$

Exercici 65. Calculeu:

a) $-20 - (10 - 8 + 2) \cdot 2$

d) $4 + (3 - 5 \cdot 2) \cdot (-9)$

b) $10 : (-5) \cdot 3 + 2 - 5$

e) $-120 : (-19 + 4 + 5) + (-20) - (-90)$

c) $10 : (-2) + (-2 + 4 \cdot 5) : (-2)$

Exercici 66. Opereu:

a) $5 - 4 \cdot 3$

e) $-10 : (-5) + 2 : (-1)$

b) $-25 : (-5) + 3 : (-1)$

f) $-5 + (-4 + 2 - 80) : (-2)$

c) $-15 + (-4 - 80) : (-2)$

g) $-6 : (-2) \cdot 5 - 2$

d) $-8 : 2 \cdot (-6) - 10$

Exercici 67. Opereu, respectant la jerarquia d'operacions:

a) $-4 + (-5) \cdot (+9) + (-2)$

c) $-5 \cdot [-3 + (-5) \cdot (-7)] - (-3)$

b) $-(+15) + (-3) \cdot (-5) \cdot (-1) + (-19)$

d) $(-4) - (-3 + 4 - 10) - (-3) \cdot (-5)$

Exercici 68. Calculeu:

a) $3 - (5 + 6 - 4)$

m) $5 - (-3) \cdot 4 - (-2)$

b) $-4 - [6 - (5 - 9)]$

n) $4 \cdot (-3) + 5 \cdot (-7)$

c) $-5 \cdot (-2) - (7 - 4) \cdot (-6)$

o) $(-4) \cdot (3 - 8) - 25$

d) $5 - 2 \cdot (-4) + 8$

p) $5 - 2 \cdot (-3) + 16 : (-4)$

e) $-3 + 7 \cdot 2 - 5 \cdot (-2)$

q) $-(8 + 3) - [6 - 3 - (12 + 4)]$

f) $2 \cdot (-5) + 3 \cdot 2$

r) $(-2) \cdot [4 - (-3)] + 5$

g) $-[-(8 + 6) + (5 - 3)] - 8$

s) $13 - [7 - [5 - 2 \cdot (5 - 9)]]$

h) $-(8 - 3) - (4 + 2) - (9 - 2) \cdot 3$

t) $-6 + 2 \cdot [-3 + 2 \cdot (-1 + 3)]$

i) $5 + [4 \cdot (6 + 7 - 5)]$

u) $5 \cdot (-3) + 30 : (-5) - 3 \cdot 2$

j) $14 : 7 + 6 \cdot (7 - 5) - 12$

v) $7 - 4 \cdot [-2 + (-3) \cdot [5 + 10 : (-2)]]$

k) $5 + 3 - (-2)$

w) $2 - 6 : 3 \cdot 4 - 5 \cdot (-1) - [(-4) \cdot (-3) - 18 : (-9)]$

l) $8 : (-4) + 5 \cdot 0 - 9$

x) $5 - 4 \cdot (-6) + 10 : 2 - [5 - (4 + 6)]$

y) $-[-3 - 2 \cdot (-4 + 6 - 3) - 8]$	af) $-4 + 2 \cdot (-1) - (-3)$
z) $25 + 3 \cdot (-4) + 2 \cdot [5 - (-10)]$	ag) $136 - 5 \cdot 2 - (-6)$
aa) $4 \cdot (-3) + 18 : (-6) + 2 \cdot 3$	ah) $-2 - [4 - (-2) \cdot (2 + 1)]$
ab) $15 - [12 - 3 \cdot (1 - 4)]$	ai) $4 - 2 \cdot 3 + 6 : 2$
ac) $10 - (-3) + 2 \cdot [(-3) \cdot (-4) - (-1)]$	aj) $-2 \cdot (5 + 7) - (4 \cdot 5 - 2)$
ad) $[5 - (-4)] \cdot [10 - (1 - 8)]$	ak) $(15 - 3 \cdot 4) - (4 \cdot 7 + 2)$
ae) $[13 - 2 \cdot (1 - 3)] + 15 : (-3) + (-5) \cdot (-2)$	al) $5 + 3 \cdot (-2) - (-4)$

Exercici 69. Calculeu:

a) $-(-16) : (-2) - (6 - 10)$	g) $(-24 : 2) : (-22 : 11)$
b) $-(-10 - 2) : (-4 - 2)$	h) $-[-60 + (-3) \cdot (-20)]$
c) $-[-(-4 - 3) - (5 - 3 \cdot 0)]$	i) $[-4 \cdot (-6 - 2 \cdot 3)] : (-2 - 6)$
d) $(-30) : (-2 - 3) - (-3)$	j) $(-2) - [-(-2 + 10) : (-2) \cdot 2]$
e) $(-1) \cdot (-3 - 3) - (-4 \cdot 3 - 7)$	k) $-[3 \cdot (-5) \cdot (-15 + 15)] : (-5)$
f) $-[-15 : (-3) - (-10)] : (-5)$	l) $[-(-2 + 7)] \cdot [-(3 - 8 - 6)]$

Exercici 70. Opereu les operacions combinades següents, escrivint tots els passos :

a) $-(-18) : (-2) - (5 - 10)$	d) $(-36 : 2) : (-33 : 11)$
b) $-[-(-7 - 3) - (5 - 9 \cdot 0)]$	e) $-[-50 + (-3) \cdot (-40)]$
c) $-[-150 : (-30) - (-10)] : (-5)$	f) $[-3 \cdot (-6 - 2 \cdot 3)] : (-2 - 5)$

Exercici 71. Calculeu les operacions combinades següents, escrivint tots els passos:

a) $-(-16) : (-2) - (6 - 10)$	c) $-[-15 : (-3) - (-10)] : (-5)$
b) $-[-(-4 - 3) - (5 - 3 \cdot 0)]$	d) $(-24 : 2) : (-22 : 11)$

$$e) -[-60 + (-3) \cdot (-20)]$$

$$f) [-4 \cdot (-6 - 2 \cdot 3)] : (-2 - 6)$$

Exercici 72. Calculeu:

$$a) (-5) - (2 - 3) + 4$$

$$f) -10 : 2 - 2 \cdot (-4) + 2$$

$$b) -5 - (10 + 2 \cdot (-5)) - (+4)$$

$$g) -50 : (-10) \cdot (-2) : 5$$

$$c) -4 - 2 + (-10 + 7) + (-12 : 2)$$

$$h) 4 : (-2) \cdot 50 - (5 - 20 + 2 \cdot 4)$$

$$d) 55 + (5 - 2 \cdot 3) - (-1)$$

$$i) (2 - 4 \cdot 10) : (-2) + 5 \cdot (10 - 12)$$

$$e) 30 - 4 \cdot (-12) + (-50) \cdot (-2)$$

$$j) 10 - 4 \cdot (5 - 3) + 4 \cdot (-10 + 5)$$

Exercici 73. Calculeu:

$$a) 10 - 6 \cdot (4 - 4 \cdot 10) + (5 - 4 \cdot 2) : (-1)$$

$$j) 505 + (5 - 2 \cdot 300) - (-1)$$

$$b) (-5) - (4 - 10) + (+10 - 4) - (-5)$$

$$k) 70 - 4 \cdot (-24) + (-5) \cdot (-2)$$

$$c) (-7) + (-10) - (+4)$$

$$l) -24 : 2 - 2 \cdot (-3) + 2$$

$$d) -(+20) - (+9) + (-13) + (+22)$$

$$m) -250 : (-1) \cdot (-2) : 5$$

$$e) (-12) - (-40) - (+21) + (+11) - 54$$

$$n) 2 : (-1) \cdot 50 - (4 - 20 + 2 \cdot 3)$$

$$f) 10 - 53 - (+30) + (-50) - (-2)$$

$$o) (20 - 4 \cdot 10) : (-2) + 5 \cdot (5 - 12)$$

$$g) (-50) - (2 - 6) + 4$$

$$p) 12 - 4 \cdot (5 - 30) + 4 \cdot (-15 + 5)$$

$$h) -5 - (12 - 3 \cdot (+5)) - (+4)$$

$$q) 12 - 6 \cdot (4 - 4 \cdot 5) + (10 - 4 \cdot 2) : (-1)$$

$$i) -5 - 4 + (-13 + 7) + (-10 : 5)$$

$$r) (-5) - (4 - 18) + (+10 - 40) - (-7)$$

Exercici 74. Completeu la taula següent:

a	b	c	$a - b$	$(a + b) \cdot c$	$a : (b - c)$	$a + b - c$
-5	2	-3				
1	-4	-2				
-3	-2	-1				
5	10	-10				
-1	5	6				

Exercici 75. Calculeu el resultat de les expressions següents:

a) $(-5) + (-3) + (-2)$

f) $6 + (-12) - 18 + (-4)$

b) $(-2) + 3 - 5 - (-6)$

g) $(-20) + (-10) + 15 + (-5)$

c) $-10 + (-4) - (-5) + 7$

h) $12 + 18 + (-13) + (-7)$

d) $(-7) + (-15) + 10 - (+2)$

i) $+(-9) + 14 + (-5) + 16$

e) $-(-10) + (-6) + 15 + 10$

1. Exercici 61: (a.) 17, (b.) -29 , (c.) -272 , (d.) 2, (e.) 2
 2. Exercici 62 (a.) 5, (b.) -16 , (c.) 7, (d.) $+1$, (e.) -257 , (f.) -962
 3. Exercici 63 (a.) -829 , (b.) -36 , (c.) -14 , (d.) $+14$, (e.) -29 , (f.) 4
 4. Exercici 64 (a.) -25 , (b.) 31, (c.) -37 , (d.) -48 , (e.) -24
 5. Exercici 65 (a.) -28 , (b.) -9 , (c.) -14 , (d.) 67, (e.) $+82$
 6. Exercici 66 (a.) -7 , (b.) $+2$, (c.) $+27$, (d.) $+14$, (e.) 0, (f.) 36, (g.) 13
 7. Exercici 67 (a.) -51 , (b.) -49 , (c.) -157 , (d.) -28
 8. Exercici 68: (a.) -2 , (b.) -14 , (c.) 28, (d.) 21, (e.) 1, (f.) -4 , (g.) 4, (h.) -32 , (i.) 37, (j.) 2, (k.) 10, (l.) -41 , (m.) 17, (n.) -47 , (o.) -5 , (p.) 7, (q.) 2, (r.) -9 , (s.) 19, (t.) -4 , (u.) -27 , (v.) 15, (w.) -15 , (x.) 39, (y.) 9, (z.) 43, (aa.) -9 , (ab.) -6 , (ac.) 39, (ad.) 153, (ae.) 22, (af.) -3 , (ag.) 132, (ah.) -12 (ai.) 1 (aj.) -42 (ak.) -27 (al.) 3
-

1.5 Potències de nombres enters

1.5.1 Càlcul de potències

Exercici 76. Calculeu el valor de les potències següents:

- | | | |
|-------------|--------------|---------------|
| a) $(-9)^0$ | c) $(-12)^2$ | e) $(-10)^6$ |
| b) $(-2)^3$ | d) $(-66)^0$ | f) $(-300)^3$ |

Exercici 77. Calculeu el valor de les potències següents

- | | | |
|-----------|------------|------------|
| a) 9^0 | g) 7^2 | m) 300^2 |
| b) 4^3 | h) 1^7 | n) 11^2 |
| c) 8^2 | i) 30^4 | o) 30^3 |
| d) 2^5 | j) 20^1 | p) 1^4 |
| e) 4^0 | k) 100^0 | q) 25^0 |
| f) 10^4 | l) 10^6 | r) 20^6 |

Exercici 78. Calculeu:

- | | |
|--|--------------------------------|
| a) $5^6 : 5^3 + 5^3$ | i) $40^7 : 2^7 \cdot 3^7$ |
| b) $12^2 : 2^4$ | j) $2^6 - 2^5 + 2^4$ |
| c) $3^{14} \cdot (2^2)^7 \cdot (4^7)^2$ | k) $14^6 : (-2)^6 \cdot 3^6$ |
| d) $7^4 : 7^3 \cdot 7^2 \cdot 7^5 : 7^3$ | l) $-8^0 + (-8)^0 + 8^2$ |
| e) $(2^2)^3 + (2^8)^0$ | m) $2^7 \cdot 2^7 : (-2)^6$ |
| f) $3^6 : (3^2)^3 \cdot (3^3)^2$ | n) $10^4 - 10^0 - 10^3 + 10^2$ |
| g) $9^{10} : (9^3)^3 - (9^0)^9$ | o) $(12^2)^3 : (2^2)^2 : 2^1$ |
| h) $14^{13} \cdot 14^{12} : 14^{10}$ | p) $9^3 : 9^2 \cdot (9^4)^2$ |

q) $(-5)^3 \cdot (-5)^5 + (-5)^2$

r) $(-2^6)^2 + (-2)^3 - 2^3$

s) $6^8 : 6^5 : 3^2$

t) $[(1^3)^3]^4 + (-1)^{34} - (-1)^{35}$

u) $(3^2)^2 - (2^2)^2$

v) $(-20)^4 + 20^4 - (-20)^3 - (-20)^0$

Exercici 79. Calculeu el valor de les potències següents:

a) $(-8)^0$

g) $(+9)^2$

m) $(-30)^3$

b) $(+5)^3$

h) $(-1)^7$

n) $(+12)^2$

c) $(-11)^2$

i) $(+300)^4$

o) $(-40)^3$

d) $(-2)^5$

j) $(-20)^3$

p) $(-1)^8$

e) $(-14)^0$

k) $(-100)^3$

q) $(-5)^0$

f) $(+10)^4$

l) $(+10)^6$

r) $(+20)^6$

Exercici 80. Esbrineu el signe del valor de les potències següents:

a) 6^3

f) $(-8)^5$

k) $(+8)^5$

p) $- (+5)^9$

b) 5^4

g) $(-9)^{20}$

l) $(-7)^8$

q) $(-15)^0$

c) 12^4

h) $(-14)^5$

m) $-(-3)^4$

r) $-(-4)^0$

d) 15^5

i) $(+20)^4$

n) $- (+2)^6$

s) $-((-3)^2)^0$

e) $(-12)^4$

j) $(-9)^3$

o) $-(-6)^7$

Exercici 81. Esbrineu el signe del valor de les potències següents:

a) $(-5)^7$

e) $(-13)^6$

i) $-(-13)^5$

b) $(-17)^6$

f) $-(-3)^5$

j) $-(-4)^6$

c) $(-14)^{-9}$

g) $-(-5)^8$

k) $- (+6)^{-17}$

d) $(+4)^3$

h) $- (+7)^0$

l) $-(-1)^0$

m) $-(-10)^{10}$

n) $-(-4)^{300001}$

Exercici 82. Calculeu:

a) $(-2)^3 \cdot [-30 - (-6)]$

b) $-(-8 + 6) : (-2) - (-6 \cdot 2)^0$

c) $(-10) \cdot (-4 + 2^2 \cdot 7)$

d) $-(-9) \cdot (-5) : (-3) - (-4)^2$

e) $(-3^2 + 7) \cdot (-10 : 5 - 1)$

f) $30 : (-1 - 1 - 3) - (-4)^2$

g) $(-3) + (-4)^2 - (-5)^2$

h) $(-3)^4 : (-3)^2 + (-3)^3$

i) $-(-10 + 2)^2 : (-4 - 4)$

j) $(-2)^4 \cdot [-3 - (-6)]$

k) $-(-9 + 6) : (-3) - (-16 \cdot 2)^0$

l) $(-50) : (-2 - 3) - (-4)^2$

m) $(-2) \cdot (-3 - 5) - (-4 \cdot 7 - 7)^0$

n) $(-20) \cdot (-5 + 2^2 \cdot 6)$

o) $-(-12) \cdot (-5)^0 : (-3) - (-10)^2$

p) $(-8) - [-(-20 + 4) : (-2)^2]$

q) $(-4^2 + 1) \cdot (-15 : 5 - 1)$

r) $60 : (-1 - 1 - 3) - (-3)^2$

s) $-[4 \cdot (-5) \cdot (-25 + 15 + 10)]^7 : (-5)$

t) $(-2)^3 + (-3)^2 - (-4)^2$

u) $(-5)^4 : (-5)^2 + (-3)^3$

v) $[-(-12 + 7)]^0 \cdot [-(3 - 1 - 3)]^6$

w) $-(-10 - 2)^2 : (-4 - 2)$

x) $(-2)^3 \cdot [-30 - (-6)]$

y) $-(-8 + 6) : (-2) - (-6 \cdot 2)^0$

z) $(-30) : (-2 - 3) - (-3)^2$

aa) $-(-9) \cdot (-5)^0 : (-3) - (-4)^2$

ab) $(-1) \cdot (-3 - 3) - (-4 \cdot 3 - 7)^0$

ac) $(-2) - [-(-2 + 10) : (-2)^2]$

ad) $(-3^2 + 7) \cdot (-10 : 5 - 1)$

ae) $30 : (-1 - 1 - 3) - (-4)^2$

af) $-[3 \cdot (-5) \cdot (-15 + 15)]^7 : (-5)$

ag) $(-3)^3 + (-4)^2 - (-5)^2$

ah) $(-3)^4 : (-3)^2 + (-3)^3$

ai) $(-10) \cdot (-4 + 2^2 \cdot 7)$

1.5.2 Propietats de les potències

Exercici 83. Expressen en forma d'una sola potència:

a) $3^3 \cdot 3^2$

f) $4^5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4^5$

b) $7^4 \cdot 7^5$

g) $10^3 \cdot 10 \cdot 10^2 \cdot 10$

c) $9^5 \cdot 9 \cdot 9^2$

h) $6 \cdot 6^0 \cdot 6 \cdot 6^4$

d) $2^4 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 2^0$

i) $18 \cdot 18^3 \cdot 18 \cdot 18^3$

e) $11^2 \cdot 11^7$

j) $1^4 \cdot 1^3 \cdot 1$

Exercici 84. Expressen en forma d'una sola potència:

a) $4^5 : 4^2$

f) $7^8 : 7 : 7 : 7^4$

b) $3^7 : 3^3$

g) $2^7 : 2 : 2^2$

c) $8^5 : 8 : 8^2$

h) $6^6 : 6^4$

d) $5^8 : 5^2 : 5^0$

i) $5^{16} : 5^4 : 5^0 : 5^2$

e) $13^8 : 13^3$

j) $3^7 : 3 : 3^2$

Exercici 85. Expressen en forma d'una sola potència:

a) $8^4 \cdot 8^7$

h) $8^3 : 8 : 8 \cdot 8^3$

b) $2^8 : 2^5$

i) $11^4 : 11^4 \cdot 11^3$

c) $9^4 \cdot 9 : 9^2$

j) $4^5 : 4 \cdot 4^8$

d) $7^5 : 7^3 \cdot 7 : 7^0$

k) $3 \cdot 3^4 : 3 \cdot 3^5$

e) $5^6 \cdot 5^2 \cdot 5 : 5^8 \cdot 5$

l) $5^4 : 5^3 \cdot 5^4 \cdot 5$

f) $3^{15} : 3^5 : 3^0$

m) $12^8 : 12^3 \cdot 12^2$

g) $1^6 \cdot 1^9 : 1^4$

n) $2 \cdot 2^3 : 2^2 \cdot 2^0 : 2^2$

Exercici 86. Expresses en forma d'una sola potència:

- | | | |
|---------------------|---------------------|-------------------|
| a) $(4^5)^4$ | d) $[(6^2)^0]^{11}$ | g) $(3^8)^{40}$ |
| b) $(2^7)^2$ | e) $[(1^5)^2]^9$ | h) $[(20^3)^4]^3$ |
| c) $[(7^3)^{10}]^2$ | f) $(8^7)^0$ | i) $(9^{13})^0$ |

Exercici 87. Expresses en forma d'una sola potència:

- | | |
|------------------------------|--|
| a) $[(4^{30})^5]^2$ | h) $(6^4)^3 \cdot (6^2)^5$ |
| b) $8^3 \cdot 8 \cdot 8^5$ | i) $2^{11} \cdot 2^3 \cdot (2^3)^2$ |
| c) $20^5 : 20^2 \cdot 20$ | j) $1^7 \cdot 1^9 \cdot 1 \cdot (1^4)^0$ |
| d) $(7^6)^2 \cdot 7^5$ | k) $5^6 \cdot (5^2)^6 \cdot (5^0)^7$ |
| e) $3^9 : (3^3)^3$ | l) $9^7 : (9^2)^2 : 9 \cdot 9^5$ |
| f) $(4^2)^8 : 4^5 \cdot 4^3$ | m) $(5^3)^0 \cdot (5^0)^5$ |
| g) $[(3^3)^2]^4 : 3^4$ | n) $(7^3)^9 : (7^4)^5$ |
| | o) $3^{12} \cdot (3^6)^2 : (3^6)^3$ |

Exercici 88. Expresses en forma d'una sola potència:

- | | | |
|------------------------------|-------------------------------|-----------------------|
| a) $5^3 \cdot 4^3$ | e) $9^2 \cdot 10^2 \cdot 3^2$ | i) $18^3 : 6^3$ |
| b) $13^4 \cdot 2^4$ | f) $7^6 \cdot 7^6$ | j) $28^4 : 7^4$ |
| c) $10^5 \cdot 3^5$ | g) $12^7 : 3^7$ | k) $24^9 : 2^9 : 3^9$ |
| d) $5^8 \cdot 2^8 \cdot 4^8$ | h) $300^2 : 30^2$ | l) $6^2 : 6^2$ |

Exercici 89. Expressiu en forma d'una sola potència:

a) $14^5 \cdot 2^5$

e) $4^7 \cdot 5^7 \cdot 2^7$

i) $18^{50} \cdot 2^{50} \cdot 4^{50}$

b) $120^6 \cdot 10^6$

f) $49^6 \cdot 7^6 \cdot 2^6 \cdot 686^2$

j) $60^6 \cdot 3^6 \cdot 2^6$

c) $8^3 \cdot 8^3$

g) $15^4 \cdot 3^4 \cdot 4^4$

k) $4^7 \cdot 40^7 \cdot 4^7$

d) $12^9 \cdot 3^9 \cdot 6^9$

h) $6^{12} \cdot 6^{12}$

l) $50^8 \cdot 2^8 \cdot 5^8$

Exercici 90. Expressiu en forma d'una sola potència:

a) $3^6 \cdot 3^2$

g) $4^{12} \cdot 2^{12} \cdot (3^3)^4$

m) $1^6 \cdot 1^6 \cdot [(1^6)^{10}]^2$

b) $7^9 \cdot 5^9$

h) $5^6 \cdot 5^3 \cdot 5^2 \cdot 5$

c) $(15^2)^0$

i) $14^6 \cdot 7^6 \cdot 5^6$

n) $10^{10} \cdot 10^0 \cdot [(10^2)^{20}]^0$

d) $9^4 \cdot 9^2 \cdot 9$

e) $20^4 \cdot 5^4 \cdot 2^4$

j) $(13^5)^2 \cdot 13^4$

o) $(7^6)^0 \cdot 7^1 \cdot 4 \cdot 7^2 \cdot 7$

f) $2^6 \cdot 2^3 \cdot [(2^5)^0]^{20}$

k) $36^8 \cdot 2^8 \cdot 3^8$

p) $8^{18} \cdot (2^6)^3 \cdot (4^2)^9$

l) $(6^3)^9 \cdot (6^9)^3$

Exercici 91. Si es pot, expressiu aquestes expressions en forma d'una sola potència. En cas contrari, calculeu-ne el valor:

a) $[(-5)^4]^7$

f) $[(-3)^5]^0$

b) $(-14)^2 \cdot (-14) \cdot (-14)^5$

g) $(-14)^2 \cdot (-14)^5 \cdot (-14) \cdot (-14)$

c) $(-7)^7 \cdot (-7) \cdot (-7) \cdot (-7)^4$

h) $(-7) \cdot [(-7)^2]^5 \cdot (-7)^4 \cdot (-7)^4$

d) $(-20)^4 \cdot (-2)^4$

e) $(-5)^2 - (-5) + (-5)^2$

- i) $[(-19)^5]^4 \cdot [(-19^4)]^6$
- j) $(-4)^9 : 2^9 \cdot (5^3)^3$
- k) $(-12)^2 + (-12) + (-12)^0$
- l) $(-9) \cdot [(-9)^3]^6 : (-9)^3$
- m) $[(-5)^6]^{10} : [(-5)^2]^4$
- n) $(-4)^2 \cdot (-3)^4$
- o) $(-1)^4 + (-1)^5 - (-1)^6$
- p) $[(-4)^2]^2 + (-4)^3$
- q) $(-2)^3 : (-2)^2 \cdot (-2)^6$
- r) $(-12)^3 \cdot (-12)^7 \cdot (-12) \cdot (-12)$
- s) $(-6) \cdot [(-6)^3]^4 \cdot (-6)^2 : (-6)^7$
- t) $[(-9)^3]^7 \cdot [(-9)^4]^5$
- u) $(-9)^9 : 3^9 \cdot (5^3)^3$
- v) $(-11)^2 + (-11) + (-11)^0$
- w) $(-7) \cdot [(-7)^8]^2 : (-7)^5$
- x) $[(-3)^4]^{10} : [(-3)^3]^6$
- y) $(-2)^4 \cdot (-3)^4 \cdot 6^2$
- z) $(-10)^4 + (-10)^5 - (-10)^4$
- aa) $[(-14)^2]^{22} + (-14)^0$
- ab) $4^2 - 4^0 + 4^3$
- ac) $9^{11} \cdot (9^7)^0 : (9^2)^4 \cdot 9$
- ad) $(7^2)^6 : (7^2)^5 \cdot 7$
- ae) $12^2 - (12^2)^4$
- af) $17 \cdot (17^3)^3 : (17^1)^2 : 17^3$
- ag) $4^6 \cdot (4^{11})^2 : 4^{19}$
- ah) $(3^0)^7 + (3^5)^0 - 3 + 3^3$
- ai) $(20^2)^{20} : (20^2)^3$
- aj) $(-30)^4 + (-30)^2 - (-30)^3$
- ak) $[(-1)^3]^7 + (-1)^{20}$
- al) $1^3 - 2^3 + 3^3$
- am) $8^{16} : (8^4)^4 \cdot 8$
- an) $(70^4)^6 : (70^4)^5$

$$\text{ao) } 300^2 - 300^2$$

$$\text{ap) } 11^2 \cdot 17^0$$

Exercici 92. Expressiu en forma d'una sola potència:

$$\text{a) } (-3)^2 \cdot (-3)^5$$

$$\text{f) } (-6) \cdot (-6)^0 \cdot (-6)^4$$

$$\text{b) } (-9)^5 \cdot (-9) \cdot (-9)^2$$

$$\text{g) } (-18)^3 \cdot (-18) \cdot (-18)^3$$

$$\text{c) } (+11)^2 \cdot (+11)^6$$

$$\text{h) } (-7)^4 \cdot (-7) \cdot (-7)$$

$$\text{d) } (-4)^5 \cdot (-4) \cdot (-4)$$

$$\text{i) } 7^3 \cdot 7^2 : 7^0 \cdot 7^5$$

$$\text{e) } 10^3 \cdot 10 \cdot 10^2 \cdot 10$$

$$\text{j) } (-5)^{30} \cdot ((-5)^6)^2 : (-5)$$

Exercici 93. Expressiu en forma d'una sola potència:

$$\text{a) } [(-3)^6]^2 \cdot (-3)^5$$

$$\text{b) } (-9)^9 : (3^3)^3$$

$$\text{c) } [(-5)^2]^6 : (-5)^5$$

$$\text{d) } [(-7)^7]^4 : (-7)^2 \cdot (-7)^4$$

$$\text{e) } [(-6)^2]^3 : [(-6)^2]^5 : (-6)^4$$

$$\text{f) } (-8)^{24} : [(-2)^4]^6 \cdot (+1)^{24} \cdot [(-3)^3]^8$$

$$\text{g) } [(-5)^2]^4 \cdot [(-5)^0]^7 : [(-5)^3]^2$$

$$\text{h) } (-2)^7 : [(-2)^2]^2 \cdot (-2)^5 \cdot [(-2)^3]^2$$

2 Proporcionalitat numèrica

2.1 Relacions entre magnituds

Exercici 94. Digues quina relació hi ha entre les magnituds següents:

- a) kg de farina i número d'ous per fer una coca de xocolata
- b) Número de persones i temps que tarden a cavar un pou
- c) La velocitat a la que caminem i les hores que tardem en arribar al nostre destí
- d) Els doblers que guanyam i el nombre de fills que tenim

Exercici 95. En cada cas, digues quina relació hi ha entre les dues magnituds:

- a) El nombre d'astronautes a una nau espacial i els kg de menjar que mengen
- b) El nombre d'obres a una obra i el temps que tarden a acabar-la
- c) El temps que passa i la longitud d'una estalactita
- d) Les hores de temps lliure que tenim i les hores que miram la televisió
- e) La longitud del costat d'un triangle equilàter i el seu perímetre
- f) Hores que tenim encesa la televisió i la despesa d'energia que provoca
- g) El número de sabata d'una persona i la seva edat
- h) El volum d'una bolla i el temps que tarda per arribar a enterra si la deixem anar
- i) El perímetre d'un pentàgon regular i la longitud del seu costat

Exercici 96. En cada cas, digues quina relació hi ha entre les dues magnituds:

- a) La longitud del costat d'un cub i l'aire que conté
- b) El perímetre d'un quadrat i el seu costat

- c) Els doblers que guanyam i els doblers que gastam en el mes
- d) El temps que tardem en anar del punt A al punt B i la distància entre A i B

Exercici 97. Entre aquestes magnituds, digues quines tenen una relació de proporcionalitat directa, de proporcionalitat inversa o bé no tenen cap relació:

- a) Litres d'aigua i quilograms de farina per fer la massa del pa
- b) L'alçada d'una persona i la seva edat
- c) El tamany de la roda d'un cotxe i la velocitat a la que va
- d) El radi d'una circumferència i la seva longitud
- e) L'àrea d'un quadrat i la longitud el seu costat
- f) L'àrea d'un quadrat i la longitud de la seva diagonal
- g) L'àrea d'un quadrat i el seu perímetre

Exercici 98. Digues quina relació hi ha entre les magnituds següents (“relació de proporcionalitat directa”, “relació de proporcionalitat inversa” o “no hi ha relació”):

- a) El nombre de quilograms comprats de taronges i els euros que ens costen
- b) La altura d'un individu i la longitud del seu dit polsa
- c) Hores de feina i sou apercibut, en un treballador que treballa per hores
- d) Els doblers que demanam al banc i els interessos que tornam
- e) El nombre de columnes d'un edifici i el pes que suporta cadascuna

page[yes]

— Solucions de “Relacions entre magnituds” —

1. Exercici 95: (a.) D, (b.) I, (c.) D, (d.) No té relació, (e.) D, (f.) D, (g.) No té relació, (h.) No té relació, (i.) D.
 2. Exercici 96: (a.) Relació cúbica, (b.) Directa, (c.) Hi ha relació però no és directa, (d.) Directa
-

2.2 Proporcionalitat directa

Reducció a la unitat

Resolem un problema:

Quatre capsas iguals de bombons pesen 2,5 kg. Quant pesen set capsas iguals a les anteriors?

Per resoldre aquest problema, hem de saber quan pesa una sola capsa de bombons (això es diu reduir a la unitat). Per fer-ho simplement hem de dividir entre quatre: $2,5 : 4 = 0,625$. Això vol dir que cada capsa pesa 0,625 kg. Aleshores set capses pesen $7 \times 0,625 = 4,375$ kg.

Exercici 99. Si fent 25 hores de feina, na Marta cobra 625 euros, quant cobrarà fent 60 hores? Quantes hores hauria de fer na Marta per cobrar exactament 1200 euros?

Exercici 100. Quatre astronautes mengen 20 kg de menjar en una setmana.

- Quants quilograms menjaran 7 astronautes?
- Si tenim 125 kg de menjar, per quants d'astronautes bastarà?

Exercici 101. Si cada dues hores plou 70 litres. Quant haurà plogut en un dia?

Exercici 102. Durant l'estiu, dues-centes persones consumeixen 500 litres per dia. Quants litres per dia consumiran 60 persones?

Exercici 103. El meu cotxe consumeix 22 litres cada cent quilòmetres. (a.) Quants litres consumiria si fes 56 km? (b.) Si tenc només 7 litres al dipòsit, quin recorregut podria fer?

Exercici 104. Per anar de Palma a Binissalem (que està a 22 km) tard 35 minuts. Quant tardaré per anar a Inca (que està a 30 km)? Quan dugui 10 minuts després de partir, a quina distància estaré?

Exercici 105. Un periquito menja 24 grams de pinso en 3 dies. Quants grams menjarà en 8 dies?

Exercici 106. Quatre cavalls mengen 100 quilograms de palla al mes. Quants quilograms menjaran 10 cavalls?

Exercici 107. Una bombeta encesa durant 5 hores consumeix 12 kWh. Quants en consumirà si està encesa 2 dies?

Exercici 108. Na Carme es pot rentar els cabells durant 48 dies amb un pot de xampú de 150 ml. Què necessita per rentar-se'ls durant 3 mesos?

Nota: per simplificar, podeu suposar que un mes té 30 dies. Ara bé, en realitat s'hauria de calcular quants de dies hi ha en tres mesos (en promig).

Exercici 109. Per fer una ensalada de fruites, necessitam tallar a bocinets 4 taronges per a cada 10 plàtans. Quantes taronges hem de tallar a bocinets si disposem de 4 plàtans?

Exercici 110. En Pau Gasol fa 24 punts en 3 quarts. Quants punts fa en tot el partit?

Exercici 111. Pintar 50 m^2 de paret costa 500 euros. Quant costa pintar 420 m^2 ? Quants metres podrem pintar si només tenim 264 euros?

Exercici 112. Un enginyer tècnic ha rebut un salari de 1000 euros per dues setmanes de feina. Quants en rebrà per tres setmanes i mitja?

Exercici 113. Per fer 2 litres de llet preparada necessitam 200 grams de canyella. Quants en necessitarem per fer 5 litres?

Exercici 114. Segons les estadístiques, 2 de cada 3 persones tenen càries. Si són 360 les persones enquestades, quantes tenen càries?

Exercici 115. Tres retoladors costen 4,80 euros. Quant costaran 5 retoladors?

Exercici 116. Necessitam 4 metres de tela per fer una cortina. Si 2,5 m de tela costen 48 euros, quant haurem de pagar per la tela?

Exercici 117. Quatre persones mengen 22 quilograms de menjar en un mes. Quants quilos menjaran 3 persones?

Exercici 118. Si un cotxe consumeix 20 litres de benzina fent 120 quilòmetres, quan consumirà si fa 80 km?

Exercici 119. Un rellotge s'ha endarrerit 18 minuts en 6 dies. Quants minuts s'haurà endarrerit d'aquí a 9 dies? Quants dies han de passar per a que s'endarrereixi tres quarts d'hora?

Exercici 120. Per a l'aniversari, em regalen una capsa de bombons. Ja me he menjat les $\frac{3}{4}$ parts de la capsa. Si la capsa contenia 40 bombons, quants en queden?

Exercici 121. Una capsa de 10 llapis de colors costa 8 €. Quant val una capsa de 12 llapis?

Exercici 122. Si un tren recorre 430 km en sis hores, llavors quants de quilòmetres recorrerà en nou hores?

Exercici 123. La Laia treballa de dependenta durant les vacances de Nadal. Per 5 dies de feina cobra 250 €. Si ha treballat 14 dies, quant cobrarà?

Exercici 124. Un arbre als 12 mesos mesura 1,54 m d'altura. Si creixés al mateix ritme tot el temps, quant mesuraria als 24 mesos?

Exercici 125. (Comparació de camises) En una botiga tenen dues ofertes: 3 camises a 57 € o bé 5 camises a 92 €. Quina és millor?

Exercici 126. Les despeses de la comunitat de veïns es paguen cada trimestre i pugen a 270 €. Quant s'haurà de pagar al finalitzar l'any?

Exercici 127. Tres màquines imprimeixen 1500 llibres cada una al mes. Si un empresari compràs 5 màquines més, quants llibres podrà imprimir al cap del mes?

Exercici 128. En un llibre de cuina hi ha els ingredients per fer 15 galetes:

- 225 g de farina
- 50 g de sucre
- 60 ml de llet
- 100 g de panses
- 75 g de mantega
- 1 ou

Si vull fer 60 galetes, quina quantitat de cada ingredient necessit? I si en volgués fer 20? I si en volgués fer 45?

Exercici 129. Un volant de cotxe fa 1150 voltes en 15 minuts. Quantes voltes farà en 50 minuts?

Exercici 130. Per enrajolar una habitació s'han fet servir 70 rajoles de 400 cm². Quantes rajoles de 350 cm² necessitaríem per enrajolar la mateixa habitació?

Exercici 131. Una bossa de taronges de 3 kg costa 3,6 €. Calculeu quant costarà una bossa de 5 kg.

Exercici 132. Si 45 litres d'oli pesen 41,22 kg, quant pesaran 120 litres?

Exercici 133. Un cotxe fa 40 km en 35 minuts. Quants minuts trigarà en fer 100 km?

Exercici 134. Una llibreta de 50 pàgines costa 1,10 €. Si el preu anàs en funció de les pàgines que té, quants diners costaria una llibreta de 75 pàgines? I de 320 pàgines?

Exercici 135. Tres quilograms de patates valen 5,55 €. Què costarien 10 kg? I 5 kg?

Exercici 136. Si un euro val 1,45 dòlars, quan valen set euros i mig?

Exercici 137. Na Júlia ha contestat bé 14 de les 18 preguntes d'un examen. Quina nota tindrà?

Exercici 138. Si per fer un pastís per a 5 persones necessito 3 ous, entre altres ingredients, quants en necessitaré per fer el mateix pastís per a 7 persones?

Exercici 139. Un practicant posa a la setmana 315 injeccions. Si anàs al mateix ritme, quantes injeccions posa al cap d'un mes? I al cap d'un any?

Exercici 140. Un jugador de futbol fa dos gols cada 12 llançaments a porta. Si sempre manté la mateixa eficàcia, quants llançaments haurà fet per a marcar 7 gols?

Exercici 141. (Dieta recomanada) A un pot de iogurt de 125 g. hi ha una inscripció que posa: "Contingut en calci 104 mg. (26% del consum diari recomanat)".

- Quants mil·ligrams de calci hauria de prendre (per a arribar al 100% de la quantitat de calci recomanada)?
- Per tant, quants iogurts hauria de prendre, si només s'alimentàs de iogurts?

Exercici 142. A cinc caixes caben 24 llibres de 5 cm. d'amplària. Quants llibres cabrien a deu caixes? I a 21?

Exercici 143. Si en quatre sacs hi caben 10 quilos de patates, si volem emmagatzemar 25 quilos, quants sacs ens fan falta?

Exercici 144. Quatre bolígrafs costen 1,20 €. Completeu aquesta taula:

Bolígrafs	1	2	3	4	5	10	15	20	30	50
€										

Exercici 145. Tres-cents grams de formatge costen 6€ Què podré comprar amb 4,50€?

Exercici 146. Una màquina embotelladora ha omplert 45 ampolles en 5 minuts. Quant tardarà en omplir 180 ampolles? Empleneu la taula següent:

Ampolles	1	2	3	10	20	90	180	200	300	500
Temps										

Exercici 147. Si 15 kg de taronges valen 22,5 euros, quant valdran 35 kg de taronges?

Exercici 148. (Rajoles de xocolata) Quina rajola surt més bé de preu?



Figura 2.1 Ofertes de xocolata

Exercici 149. Si 900 grams d'un aliment contenen 1300 kCal, quantes quilocalories contendran només 150?

Exercici 150. (L'estadi de futbol) A un estadi de futbol hi ha dues classes d'entrades: adult i infantil. Si en un partit de futbol hi assiteixen 500 adults i 200 infants, la recaptació puja a 20.000 euros. Quants d'adults i infants han assistit al partit si s'han recaptat 12.000 euros? Nota: suposeu que la proporció d'adults i infants es mantindrà en el partit següent.

Solucions de “Proporcionalitat directa”

1. Exercici 102: 150 litres
 2. Exercici 106: 250 kg
 3. Exercici 107: 115,2 kWh
 4. Exercici 108: 281,25 ml
 5. Exercici 113: 500 g
 6. Exercici 116: 76,8 euros
 7. Exercici 138: 4,2 ous
 8. Exercici 140: 42 tirs
 9. Exercici 142: (a.) 48 llibres, (b.) 100,8 llibres
 10. Exercici 144: Un sol bolígraf costa 0,30 €
 11. Exercici 147: 52,5 €
 12. Exercici 148: La Nyam-Nyam (400 grams costen 1,20 €)
 13. Exercici 149: 217,77 kCal
 14. Exercici 150: Després de fer dues regles de tres simples (persones-recaptació i persones-adults), tenim que per a 12.000 €, assistiran 420 persones; de les quals 300 són adultes i 120 són infants
-

2.3 Proporcionalitat inversa

Exercici 151. Es sap que vint persones tarden 24 dies a fer una caseta. Quant tardaran 5 persones?

Exercici 152. Un dipòsit és ple en 12 hores utilitzant una boca d'aigua que expulsa 180 litres d'aigua per minut. Calculeu:

- El temps que tardaria a omplir-se si la boca d'aigua llancés 90 litres per minut
- La quantitat d'aigua per minut que seria necessària que sortís per la boca d'aigua per omplir el dipòsit en 36 hores

Exercici 153. Cinc persones tarden 1 hora (60 minuts) a resoldre un puzzle. Quantes hores tardaran set persones?

Exercici 154. Sis obrers tarden dues hores en fer una paret. Quant tardaran 4 obrers?

Exercici 155. Tres persones són capaces d'escriure un conte en 6 hores. Quant tardaria una sola persona a escriure el mateix conte?

Exercici 156. Tenim un dipòsit i 4 aixetes damunt seu que estan totes tancades. Si obrim 3 de les 4 aixetes, tardam 39 minuts. Quant tardaríem en omplir el dipòsit amb les 4 aixetes obertes?

Exercici 157. Quatre obrers tarden 3 hores per pintar una paret. (a.) Quantes hores tardaran 6 obrers? (b.) Quants d'obers fan falta per pintar la paret en 4 hores?

Exercici 158. Una colla de 5 amics formen un grup de rock. Volen llogar els instruments i els toca pagar 60 € a cadascun. Ho troben una mica car i demanen la col·laboració d'un altre amic. Quant haurà de pagar ara cadascun?

Exercici 159. El professor de Llengua ha donat a fer a 4 alumnes un treball de 60 pàgines en total, fent 15 pàgines cadascun. Si un d'ells s'ha posat malalt i els altres han d'acabar el treball, quantes pàgines de més han de fer cadascun?

Exercici 160. Si un cotxe tarda 2h 20 min en arribar al seu destí anant a 80 km/h. Quant tardarà si va a 100 km/h?

Exercici 161. Si deu excavadores tarden 30 dies en fer un túnel pel metro de Palma, què tardarien 4 excavadores?

Exercici 162. Quatre aixetes tarden 6 hores per omplir un dipòsit. Què tardaran vint-i-dues aixetes? Expressa-ho en minuts.

Solucions de “Proporcionalitat inversa”

1. Exercici 151: 96 dies
 2. Exercici 152: (a.) 24 h, (b.) 60 l/min.
 3. Exercici 153: 42,85 minuts
 4. Exercici 157: (a.) 2h, (b.) 3 obrers
-

2.4 Percentatges

Exercici 163. Calculeu els tants per cent següents:

- a. 24% de 90
- b. 79% de 60
- c. 82% de 30
- d. 0,3% de 3590

Exercici 164. Anam a una tenda i elegim uns calçons de 20 euros, sense IVA. Què ens costaran els calçons després d'afegir-los l'IVA?

Exercici 165. Al banc ens diuen que si demanam una crèdit ens faran un interès del 8%. Si demanàssim 2.000 euros, què hauríem de pagar d'interès? I en total?

Exercici 166. A una classe de 80 alumnes, el 35% ha suspès Català. Quants d'alumnes han suspès Català?

Exercici 167. De tots els partits que ha jugat, el nostre equip de futbol ha guanyat un 46% del total. Si en total s'han celebrat 50 partits, quants n'ha guanyat?

Exercici 168. Anam a una tenda i compram una joia per valor de 110 euros sense IVA (del 21%). (a.) Què ens costaria la joia? (b.) A l'hora de pagar, queiem bé el venedor i ens diu que ens farà un 12% de descompte. Què pagarem finalment?

Exercici 169. Dels 250 alumnes d'un centre d'adults, el 32% són homes. D'aquests, el 25% té moto. I d'aquests el 10% té una casa pròpia. Quants homes amb moto i amb pis hi ha al centre d'adults?

Exercici 170. Dels 20.500 vots de les eleccions a la batlia només concorren tres partits: *A*, *B* i *C*. El partit *A* ha tret el 35% dels vots vàlids no blancs i el partit *B*, un 29%.

- a. Quin tant per cent ha tret el partit *C*?
- b. Quants vots ha tret cada partit?

Exercici 171. A l'hora de pagar un cotxe de 12.000 euros ens apliquen un recàrrec del 21% però ens hi apliquen una bonificació del 14% per ser família nombrosa. (a.) Què ens costarà el cotxe? (b.) Pagariem el mateix si només ens fessin un recàrrec del 2% (sense bonificació)?

Exercici 172. En un país, el 12,5% de la població de viu a la seva capital. Si viuen 200.000 persones a la capital, quantes persones té el país?

Exercici 173. En una empresa, el departament de personal, el qual té 70 persones, suposa el 28% del total d'empleats de l'empresa. Quants empleats té l'empresa en total?

Exercici 174. En una empresa, el 22% de beneficis han estat deguts a vendes. Si l'empresa ha venut per un total de 25.000 €, quins beneficis ha tengut l'empresa?

Exercici 175. El 4% del meu temps lliure setmanal me'l pas mirant la televisió. Si veig 2 hores la televisió:

- a. Quant de temps lliure tenc al llarg de la setmana?
- b. Quin tant per cent suposen les hores de temps lliure en relació al total d'hores setmanals?

Exercici 176. Aquest any, un 5% de les dones d'Espanya que han donat a llum han tengut tres fills durant el part. (a.) Si suposen 100.000 persones, quantes dones han donat a llum aquest any a Espanya? (b.) Si a Espanya hi ha 20 milions de dones, quin tant per cent suposen les dones que han donat a llum?

Exercici 177. Els 28% dels espanyols té carnet de moto. Si a Espanya hi ha 42.000.000 persones, ¿quants espanyols tenen carnet de moto?

Exercici 178. A una ciutat, el 40% de la població té cotxe. D'aquests, el 20% té un tot-terreny. I d'aquests un 10% s'ha comprat el cotxe en aquest darrer any. Si a la ciutat hi ha 20.000 persones, quanta gent s'ha comprat un tot-terreny enguany?

Exercici 179. A un gimnàs, que té 250 socis, el 20% dels socis van a la classe d'aeròbic, el 30% fan peses i la resta fa *spinning*. Quanta gent hi ha a cada classe?

Exercici 180. Dins una empresa que te 280 empleats, hi ha 10 càrrecs directius, 54 vice-directors i la resta és personal administratiu. Quin tant per cent suposa cada grup en el total dels empleats de l'empresa?

Exercici 181. Na Marta ens diu que a la cartera té un 2% del que guanya a la setmana. Si dins la cartera té 24 €, què guanya a la setmana? I al mes?

Exercici 182. A un *rally*, 4 de 50 cotxes abandonen la carrera. Quin tant per cent suposen els cotxes que han abandonat la carrera respecte del total? I els cotxes que no han abandonat? Si a la carrera participen 250 cotxes, quants cotxes es probable que abandonin?

Exercici 183. D'una classe de 30 persones, 18 són homes. Quin percentatge representen els homes respecte del total? I les dones?

Exercici 184. En una tenda compram uns calçons de 12 € i ens fan un descompte de 5 €. Quin tant per cent de descompte ens han fet?

Exercici 185. Observam un caragol durant tres hores. La primera hora recorre 30 dm, la segona hora només 10 dm i la darrera hora, 40 dm. Quina distància ha recorregut? Calculeu el % que recorre cada hora

Exercici 186. Tirant un dau trucat 30 vegades, ha sortit 12 vegades el número cinc. Si decideix apostar al número 5, quin percentatge d'encerts em sortirà?

Exercici 187. En la dieta mediterrània consumim diàriament un 55% de glúcids, un 30% de lípids i un 15% de proteïnes. Si cada dia consumim 2500 calories, esbrineu quina quantitat de calories correspon a cada classe.

Exercici 188. Decidim fer una excursió escolar. El 20% dels alumnes volen anar al Museu de la Ciència, mentre que el 60% vol anar al Planetari. Si el nombre d'alumnes que vol anar al Planetari és de quinze, quants alumnes volien fer l'altra excursió? Quants d'alumnes hi ha a la classe?

Exercici 189. Un teixidor va teixir una peça en quatre dies fent: 6,25 m, 5,70 m, 7m i 8,05 m, respectivament. Quin percentatge de tela va teixir cada dia?

Exercici 190. A la meva bústia de correu he trobat cartes dels meus amics i cartes del banc. Si he trobat en total 200 cartes i el 11% eren del banc, quantes cartes d'amics hi havia?

Exercici 191. Venen el 72% de les gallines d'una granja i en queden 238. Esbrina quantes n'hi havia abans de la venda i quantes n'han venut

Exercici 192. En una empresa de 100 treballadors, hi ha tres categories diferents (*A*, *B* i *C*) que cobren respectivament 1050, 870 i 738 euros. Amb el nou any la direcció decideix apujar els sous en 30, 24 i 18 euros respectivament. Quina categoria ha pujat proporcionalment més el sou?

Exercici 193. El 62% dels estudiants d'un institut fa Informàtica, el 12% són Teatre i la resta fa Astronomia. Si els que fan Teatre són 230 persones, llavors: (a.) Quants d'estudiants hi ha a l'institut? (b.) Quanta gent fa Astronomia? (c.) Quanta gent fa Informàtica?

Exercici 194. D'entre el tant per cent, el tant per u o el tant per mil, ¿què faries servir per expressar més breument que 2 de cada 1240 habitants d'una població són daltònics? Per què?

Exercici 195. Calculeu el valor de x en cada expressió:

- a. El 25% de x val 120
- b. El $x\%$ de 15.000 és 600
- c. L' x per 1 de 90 és 72
- d. L'1.1‰ de x val 500
- e. El 0.45 per 1 de x és 325

Exercici 196. En una ciutat la taxa de natalitat va ser un cert any de 4,5 per mil habitants.

- a. Si aquell any van néixer 225 infants, quants habitants tenia la ciutat?
- b. Quants infants haurien d'haver nascut si la ciutat tengués 4000 habitants?

Exercici 197. ¿Pot passar que tinguem dues classes d'alumnes, A i B , tals que:

- a. el percentatge d'alumnes rossos a la classe A sigui $\geq 50\%$
- b. el percentatge d'alumnes rossos a la classe B sigui $\geq 50\%$
- c. però, en canvi, el tant per cent de rossos entre les dues classes sigui $< 50\%$?

Si es possible, poseu-ne un exemple, sinó, justifiqueu la resposta.

Exercici 198. Expresses els percentatges següents en forma de fracció:

- a. 70 %
- b. 10 %
- c. 5 %
- d. 2 %

Exercici 199. Calculeu:

- a. 3% de 450
- b. 80% de 2.945
- c. 200% de 480
- d. 150% de 300

Exercici 200. Completeu aquesta taula (taula 2.1):

Exercici 201. Completeu la taula (taula 2.2):

Exercici 202. Una empresa ha d'acomiadar al 40% de la seva plantilla. Si a l'empresa hi ha 200 treballadors, quantes persones quedaran fent feina?

Exercici 203. La llet conté un 3% de matèria grassa. En un got de 200 centímetres cúbics, quanta n'hi ha?

Exercici 204. El vi d'una bodega conté una mesura del 10% d'alcohol. Quant alcohol hi ha en un got de 250 centímetres cúbics?

%	‰	Tant per u	%	‰	Tant per u
20					0.4
50					1.2
	25		300		
	0,05		0,001		

Taula 2.1 Percentatges, tants per mil i tants per u

	%	‰	Tant per u
3 de cada 7			
0,09 per 1			
39 per mil			

Taula 2.2 Percentatges, tants per mil i tants per u

Exercici 205. L'augment de matrícula d'un centre educatiu d'un any respecte del següent ha estat del 20%. Si la matrícula actual és de 1500 alumnes:

- Quina va ser la matrícula el curs passat?
- Si es manté el percentatge d'augment, quina serà la matrícula l'any vinent?

Exercici 206. Actualment la població europea la componen aproximadament 500 milions de persones, de les quals 40 milions corresponen a Espanya. A Catalunya viuen uns 6 milions de persones.

- a. Quin percentatge de la població europea són espanyols, actualment?
- b. Quin percentatge de la població espanyola viu a Catalunya?
- c. Quin percentatge de la població europea viu a Catalunya?

Solucions de “Percentatges”

1. Exercici 163: (a.) 21,6 (b.) 47,4 (c.) 24,6 (d.) 10,77
 2. Exercici 165: (a.) 160 € (b.) 2160 €
 3. Exercici 166: 28 alumnes
 4. Exercici 167: 23 partits
 5. Exercici 169: 2
 6. Exercici 172: 1.600.000 persones
 7. Exercici 173: 250 empleats
 8. Exercici 174: 113636,36 €
 9. Exercici 175: (a.) 50 hores, (b.) 29.76%
 10. Exercici 176: (a.) 2 milions
-

2.5 Proporcionalitat composta

Exercici 207. En 7 dies, 8 màquines han cavat una síquia de 1400 metres de llarg. Quantes màquines seran necessàries per cavar 300 metres de síquia en 6 dies?

Exercici 208. Un equip de 10 treballadors tarda 6 hores a netejar 1300 metres quadrats. Quants metres netejaran 14 treballadors en 18 hores?

Exercici 209. La propietària d'una pensió ha pressupostat 250 euros per alimentar els seus 18 hostes durant 12 dies. Si el nombre d'hostes augmenta en 6 persones, per a quants dies li arribarà el pressupost?

Exercici 210. Vint obrers han estès 400 metres de cable durant 6 dies treballant 8 hores diàries. Quantes hores diàries hauran de treballar 24 obrers durant 14 dies per estendre 700 metres de cable?

Exercici 211. Una colla de 8 amics ha pagat 940 euros per una estada de 3 dies en un hotel. Quant val l'estada d'una persona un dia?

Exercici 212. Una barra de metall de 10 m de llarg i 2 cm^2 de secció pesa 8,45 kg. Quant pesarà una barra del mateix material de 5 m de llarg i 7 cm^2 de secció?

Exercici 213. En les festes del barri es col·loquen 1200 fanalets que es connecten 8 hores per dia i ocasionen una despesa total de 1440 euros. Quina seria la despesa si es col·locassin 600 fanalets més i es connectassin 2 hores menys?

Exercici 214. En una granja de gallines, 600 gallines consumeixen 630kg de pinso durant 7 dies.

- Quants quilos de pinso consumiran 1000 gallines durant 15 dies?
- Quants dies han de passar per a que 500 gallines consumeixin 600 kg?

Exercici 215. (La nau espacial) (★) En una nau espacial hi ha cinc astronautes que mengen 20 kg de menjar en 25 dies. Al cap de deu dies, venen 4 astronautes per a rellevar-los (els 5 primers se'n tornen).

- Quant de menjar els queda a aquests 4 nous astronautes?
- Per quants dies els hi bastarà?
- Per tant, acabaran la missió si aquesta és de 25 dies de duració en total?

Exercici 216. Quaranta bombetes enceses durant 5 hores han consumit 12 kWh. Quin seria el consum si haguessin estat enceses durant 8 hores? I si fossin 100 bombetes enceses durant 7 hores?

Alerta

Quan resollem un problema de proporcionalitat composta...

En una granja de gallines, 600 gallines mengen 630 kg de pinso durant 7 dies. Quants quilos de pinso menjaran 1000 gallines en 15 dies?

- a. Pel mètode de la proporció, hem de posar sempre la columna de la x a la dreta i hem de trobar la relació de cada magnitud amb la magnitud que conté la x (mai entre dues columnes que no contenen la x):

Gallines	Dies	Quilograms
600	7	630
1000	15	x

Com que les relacions gallines-quilograms i gallines-dies són directes, aleshores no girem cap fracció de la proporció:

$$\frac{600}{1000} \cdot \frac{7}{15} = \frac{630}{x}.$$

Pel que $\frac{42}{150} = \frac{630}{x}$. Aleshores $x = \frac{630 \cdot 150}{42} = 2250$.

- b. Pel mètode d'aplicació successiva de regles de 3, és igual l'ordre de les columnes:

Gallines	Quilograms	Dies
600	630	7
1000	$x = 1050$	7
1000	$x = 2250$	15

En primer lloc, feim una regla de tres (directa) entre les gallines i els quilograms. Posteriorment, en feim una altra directa que relaciona quilograms i dies.

- c. La regla de tres composta es pot veure com troba la funció F que relacioni $z = F(x, y)$ amb $x =$ nombre de gallines, $y =$ nombre de dies. Es pot veure fàcilment que $F(x, y)$ en el nostra problema ve donada per la fórmula

$$F(x, y) = \frac{630}{600 \cdot 7} xy,$$

ja que $F(600, 7) = 630$ i z depèn linealment tant de x com de y .

Exercici 217. (L'ensaïmada gegant) (★) Es sap que vint persones tarden 10 dies a fer 2 ensaïmades gegants.

Cinc persones comencen a fer 2 ensaïmades gegants i quan duen 5 dies, venen 11 persones més a ajudar. Quant tardaran totes juntes a acabar-les?

Exercici 218. Cent persones treballant 8 hores diàries tarden 300 dies a construir un vaixell:

- Si augmentàs la plantilla en 20 persones, quants dies s'avançaria en la construcció?
- Si es reduís la plantilla en 20 persones, quants dies es retardaria la construcció?
- I si es reduís en 20 persones però s'augmentassin els torns a 10 hores diàries?

Exercici 219. Cinquanta porcs consumeixen 4200 quilos de garroves a la setmana.

- Quin és el consum de garroves per porc i dia?
- Quants quilos de garroves es necessiten per a alimentar a 20 porcs durant 15 dies?
- Durant quants dies podem alimentar a 10 porcs si tenim 600 kg de garroves?

Exercici 220. En un taller de confecció, amb 6 màquines teixidores, s'han fabricat 600 jaquetes en 10 dies:

- Quantes peces de roba es fabricarien amb 5 màquines i en 15 dies?
- Quantes màquines s'haurien de posar en producció per a fabricar 750 peces de roba en 15 dies?
- Si es fes feina només amb 5 màquines, ¿quants dies es tardaria en fabricar 750 jaquetes?

Exercici 221. Una rentadora industrial, funcionant 8 hores diàries durant 5 dies, ha rentat 1000 kg de roba. Quants quilos de roba rentarà en 12 dies funcionant durant 10 hores diàries?

Exercici 222. (La tenda d'estores) Una estora sintètica de 1,80 metres de llarg per 90 cm d'ample ha costat 72 euros. Què costaria una altra estora, de la mateixa qualitat, que tingués 3 metres de llarg i 1,20 m d'ample?

De forma habitual, les tendes d'estores no calculen el preu d'una estora amb una regla de tres composta. Per contra, calculen el cost d'un metre quadrat i multipliquen

aquest valor per la seva superfície. Podríeu trobar què val fer un metre quadrat d'una estora d'aquest material? Què valdria en aquest cas l'estora de $3 \times 1,20$ m? Coincidiran els valors?

Exercici 223. Cinc enquestadors recopilen les dades per a un estudi de mercat en 27 dies, treballant 8 hores diàries. Què haguessin tardat per a fer la mateixa feina 9 enquestadors fent feina 10 hores al dia?

Exercici 224. Quatre miners obren una galeria de 15 metres de longitud en 9 dies. Quants metres de galeria obririen 6 miners en 15 dies?

Exercici 225. Cinc obrers treballant durant 6 hores al dia han cobrat 600 euros en un dia. Què haguessin cobrat 12 obrers treballant durant 4 hores al dia?

Exercici 226. En una cadena de muntatge, 17 operaris i 10 peons acoblen 850 cotxes al dia. Si volem que es muntin 1000 unitats, quants peons necessitarem si no podem contractar més operaris?

Exercici 227. En un camp de 200 metres de llarg i 80 m d'ample, s'ha recollit una collita de 4.800 kg de blat. Quina quantitat podem esperar recollir en un altre camp que fa 190 m x 90 m?

Exercici 228. Dues màquines treballant 7 hores diàries han tardat 15 dies a excavar un pou:

- a. Quant haurien tardat 5 màquines treballant 14 hores al dia?
- b. I 6 màquines treballant 6 hores diàries?

Solucions de “Proporcionalitat composta”

1. Exercici 207: 2 màquines
 2. Exercici 209: 9 dies
 3. Exercici 210: 5 hores al dia
 4. Exercici 211: 39,16 €
 5. Exercici 208: 5460 metres quadrats
 6. Exercici 212: 14,79 kg
 7. Exercici 213: 1620 €
 8. Exercici 214: (a.) 2250 kg, (b.) 8 dies
 9. Exercici 215: (a.) 12 kg, (b.) Sí
 10. Exercici 219: (a.) 12 kg (b.) 3600 kg (c.) 5 dies
 11. Exercici 220: (a.) 750 jaquetes (b.) 5 màquines (c.) 15 dies
 12. Exercici 221: 3000 kg
 13. Exercici 222: 160 euros
 14. Exercici 223: 12 dies
 15. Exercici 224: 37,5 metres
 16. Exercici 226: 8 hores
 17. Exercici 227: 5130 kg
-

2.6 Interès simple i interès compost

Exercici 229. Posam 6000 euros al banc a un 6% d'interès simple (a l'any) durant dos anys i mig. Quants d'interessos obtindrem? Quin serà el capital que tendrem?

Exercici 230. Quants d'anys hem de tenir al banc 2500 euros a un 2,5% anual simple per a que el capital final sigui vint vegades l'inicial?

Exercici 231. L'entitat *Doblers ara* ens deixa 600 euros a un 5% mensual d'interès compost. Ens comprometem a tornar el préstec en 1 any. Què haurem de tornar?

Exercici 232. Som propietaris d'un banc. Quin interès mensual compost li hem de fer a un client que ens demana 10 000 euros si volem que ens degui 200 al cap d'un any?

Exercici 233. Quant de temps ha de passar per a que els interessos de 2000 euros al 2% d'interès anual superin els 3000 euros?

Exercici 234. (★) Si el banc vos deixa 4000 euros al 3% anual amb interès compost durant 3 anys.

- a. Calculeu quin interès haureu de pagar
- b. Quin interès *simple* vos haurien d'haver fet per amb el mateix capital, el mateix temps i el mateix interès, per haver de pagar els mateixos interessos?
Nota: El que acabeu de trobar no és res més que el *famós* TAE

Exercici 235. Demanam un préstec al banc de 6200 euros al 6% d'interès anual.
(a.) Quants doblers haurem de tornar al cap d'un any? (b.) I al cap de 7 anys?
(c.) Quins són els interessos mensuals?

Exercici 236. Demanam un préstec al banc de 6200 euros al 6% d'interès anual.
(a.) Quants doblers haurem de tornar al cap d'un any? (b.) I al cap de 7 anys?
(c.) Quins són els interessos mensuals?

2.7 Repartiments proporcionals

Exercici 237. Na Laura, na Núria i en Pep juguen a la loteria. Aporten, respectivament, 20 euros, 30 euros i 10 euros. Al final toca (!). Els toca un premi de 10 000 euros. Quant toca a cadascú si han acordat repartir-s'ho proporcionalment?

Exercici 238. Dos germans en Vicenç i na Coloma obren una llibreta al banc. Cada mes, en Vicenç hi posa 40 euros i na Coloma 80 euros. Al cap d'uns anys tenen a la llibreta 3360 euros. Com els han de repartir? Què li toca a cadascú?

Exercici 239. Quatre socis decideixen comprar accions de borsa. Aporten 100, 500, 1000 i 5000 euros respectivament. Després d'un any obtenen uns beneficis de 25000 €. Què obté cadascú?

Exercici 240. Tres socis d'una empresa tenen el 10%, el 40% i el 50% del capital de l'empresa. L'empresa quebra i han de pagar un deute de 23.000 euros. Què ha de pagar cadascú?

Exercici 241. Tres amics van als Go Karts!. Per problemes monetaris es veuen obligats a llogar un sol cotxe entre els tres. Paguen 2, 3 i 10 euros respectivament. Si sabem que amb 15 euros podem colcar 20 minuts, quants minuts manarà cadascú el cotxe?

Exercici 242. Tres amics van a un cibercafé. No tenen doblers per llogar cadascun un ordinador, per tant, decideixen llogar-ne un entre els tres. Es treuen tot el que tenen a les butxaques i aporten: 1,20 €, 2,50 € i 80 cèntims. Si sabem que una hora de connexió costa 6 €, quants minuts utilitzarà l'ordinador cadascú?

Exercici 243. Tres socis d'un negoci aporten 30.000, 20.000 i 10.000 euros per comprar accions d'una companyia. Si per 10 euros invertits ens donen 35 accions, quantes accions rebrà cada soci?

Exercici 244. (★) El cost de la matrícula en una acadèmia de música és menor com més notables s'han aconseguit en el curs anterior. Tres amics, en Pere, na Sara i n'Elionor, han tret 2, 3 i 5 notables, respectivament, i entre els tres han pagat 310 €. Quant els hi ha costat la matrícula a cadascun?

Exercici 245. El professor d'Anglès demana traduir 59 pàgines d'una novel·la a tres alumnes de manera que tradueixi més el que menys positius tengui. Si el primer alumne té 2 positius, el segon, 5 i el tercer, 7, ¿quantes pàgines ha de traduir cada un d'ells?

Exercici 246. Un padrí deixa als seus tres néts la seva herència, que és de 120.000 €, però decideix que qui tengui més poc capital al moment de la seva mort se n'endurà més doblers, i qui tengui més capital, se n'endurà més poc (per a així afavorir els més pobres).

En el moment de la seva mort, els capitals dels tres néts són de 1.000, 2.000 i 10.000 euros.

Què rebrà cada nét?

Exercici 247. En Lluís i en Marc compren una butlleta de loteria de 20 euros. En Lluís aporta 15 euros i en Marc 5 euros. Al final, els toquen 10.000 €. Si es volen repartir el premi proporcionalment (qui més ha aportat, més s'emporta), què li tocarà a cadascun?

Exercici 248. Tres socis d'una empresa tenen el 20%, 30% i el 50% del capital de l'empresa. L'empresa quebra, i han de pagar un deute de 20.300 euros. Què ha de pagar cadascú?

Exercici 249. En Víctor, n'Esteva i en Joan es compren una butlleta de loteria de 20 euros. Aporten, respectivament, 15, 3 i 2 euros. I toca!. El premi és de 3000 euros. Es volen repartir el premi proporcionalment al nombre d'euros aportats. Quant li toca a cadascun?

Exercici 250. Tres persones compren un dècim de Nadal, de 20 euros. Hi aporten respectivament 3 euros, 5 euros i 12 euros. Al final encerten i reben un premi de 200.000 €. Com es repartiran el premi?

Solucions de “Repartiments proporcionals”

1. Exercici 238: 1120 i 2240 respectivament
 2. Exercici 239: (a.) 378,78 € (b.) 1893,93 € (c.) 3787,87€ (d.) 18939,39 €
-

2.8 Mesclats

Exercici 251. En Carles té una feina on li paguen per hores. Per 3 hores de feina ha cobrat 18 euros:

- Quant cobrarà si treballa 7 hores?
- La setmana passada va cobrar 45 euros. Quantes hores va treballar?

Exercici 252. Cinc viatjants arriben a un refugi de muntanya, on hi ha un cartell que posa “El menjar que hi ha basta per 7 viatjants i 4 setmanes”. Fins quant de temps es poden quedar al refugi?

Exercici 253. En un quiosc, sabem que 5 caramels costen 5,75 euros. (a.) Si volem endur-nos-en 160 caramels, quant ens costaran? (b.) Si només tenguéssim 5 euros, quants caramels ens hem podríem dur?

Exercici 254. Segons les estadístiques 2 de cada 5 persones tenen càries. Si són 360 les persones enquestades, quantes tenen càries?

Exercici 255. Durant l'estiu dues-centes persones consumeixen 500 litres d'aigua per dia. Quants litres consumiran 60 persones?

Exercici 256. Pintar 50 m² de paret costa 500 euros. Quant costa pintar 420 m²? Quants metres podem pintar si només tenim 264 euros?

Exercici 257. La tripulació d'un vaixell menja 250 kg en un mes. Quants quilograms menjaran en 80 dies? Si només disposen de 100 kg de menjar quantes persones podrien viatjar al vaixell durant un mes?

Exercici 258. Tres retoladors costen 4,80. Quant costen 5 retoladors?

Exercici 259. Si cada dues hores plou 70 litres, quant haurà plogut en tot el dia?

Exercici 260. Un tren que circula a 100 km/h tarda 5 hores a arribar a una ciutat. A quina velocitat circula un altre tren que tarda 6 hores i quart a fer el mateix recorregut?

Exercici 261. Si un pintor ha pintat 75 m² de paret amb 126 kg de pintura:

- Quanta pintura hauria necessitat per pintar 300 m² de paret?
- Amb 50 kg, quina superfície de paret pot pintar?

Exercici 262. Un constructor vol repartir 1000 € entre tres dels seus empleats de manera directament proporcional a l'antiguitat a l'empresa. L'empleat A fa 9 anys

que fa feina a l'empresa, i els empleats B i C, en fa 3 anys. Quina part li correspon a cadascú?

Exercici 263. Dues màquines funcionant 6 hores diàries consumeixen 1500 KWh en un dia. Quant consumirien 3 màquines funcionant 8 hores diàries?

Exercici 264. En una pastisseria, sabem que 5 pastissos costen 15,55 euros. (a.) Si volem endur-nos-en 80 pastissos, quant ens costaran? (b.) Si només tenguéssim 25 euros, quants pastissos ens podríem endur?

Exercici 265. A la fruiteria del cap de cantó hi ha 10 taronges per a cada 4 plàtans. Quantes taronges hi hauria en 100 plàtans?

Exercici 266. Es creu que per construir la piràmide de Keops hi varen fer feina 20.000 persones durant 10 hores diàries i varen tardar 20 anys a acabar-la. Què haguessin tardat si, amb el mateix ritme de treball, haguessin fet feina 10.000 persones més fent feina 8 hores diàries?

Exercici 267. Un 5 % d'alumnes tenen la grip al gener. Quants alumnes tendran la grip a una classe de 70 persones?

Exercici 268. A un institut, 63 alumnes, que són el 15 % del total, duen ulleres. Quants d'alumnes té l'institut?

Exercici 269. En encaletir una barra de metall d'1 m a 200°C, aquesta s'ha dilatada fins a mesurar 1,04 metres. Una barra de 60 cm d'un altre metall, en encaletir-la a la mateixa temperatura, s'ha dilatada fins a fer 61,9 cm. Quin metall s'ha dilatada menys en proporció?

Exercici 270. En Jaume posa els seus estalvis a un dipòsit al 3,5 % a 10 anys.

- a. Si disposa de 10.500 €, quin interès li hauran fet aquests doblers al final del període?
- b. Si decidís treure els diners abans d'hora, li cobrarien una comissió del 4% respecte del capital inicial. Al cap de 4 anys, necessita treure els diners. Perdrà o guanyarà doblers?

Exercici 271. Quatre persones tarden vint minuts a pintar una paret. Quant minuts tardaran deu persones?

Exercici 272. Si dotze pitreres de pollastre valen 4,90 euros:

- a. Què valdran 26 pitreres?
- b. Quantes pitreres podem comprar amb 50 euros?

Exercici 273. Si amb 7 litres de gasoil puc fer 250 km, quants quilòmetres podré fer amb 10 litres? Quants litres de gasoil consumirà aquest cotxe si feim un recorregut de 789 km?

Exercici 274. Si tardem 1 hora i 20 minuts per anar del punt *A* al punt *B* a una velocitat constant de 80 km/h. A quant haurem d'anar per només tardar 50 minuts?

Exercici 275. Tres socis aporten 10.000, 20.000 i 50.000 euros respectivament per crear una empresa. Al llarg de l'any, l'empresa té uns beneficis de 200.000 euros. Què li toca a cadascú?

Exercici 276. Quatre amics van a comprar-se gominoles. Aporten respectivament 1, 5, 7 i 11 euros. Si 12 gominoles costen 2,5 euros, quantes gominoles li toca a cadascú?

Exercici 277. Set persones tarden 20 minuts a pintar 4 m² de paret. Què tardaran 8 persones per pintar 10 m² de paret? Quantes persones necessitarem per pintar 100 m² de paret en 2 hores?

Exercici 278. En la compra d'un abric de 80 euros, ens fan un descompte del 25%. I després ens afegixen l'IVA. Què pagarem finalment?

Exercici 279. Quatre obrers han fet 8 marjades de pedra treballant durant 8 hores al dia. Quantes hores diàries haurien de treballar 6 obrers per fer-ne 10?

Exercici 280. En un grup de 80 persones, 24 persones són dones. Quin tant per cent suposen les dones sobre el total del grup?

Exercici 281. El 80% dels empleats d'una empresa són no fumadors. Si els no fumadors de l'empresa són en total 200, quants empleats hi ha a l'empresa (entre fumadors i no fumadors)?

Exercici 282. El professor de Català demana a tres alumnes fer un treball d'en Pompeu Fabra de 80 pàgines de manera que faci menys pàgines de treball aquell que tenguí una nota major a l'anterior examen. Si les notes de l'anterior examen han estat de: 4, 6 i 8 punts, quantes pàgines li toca fer a cadascú?

Exercici 283. A les darreres eleccions, el 40% de les persones votà el partit *A*, el 20% el partit *B* i la resta el partit *C*. Quantes persones votaran cada partit si en total hi ha haver 40.000 vots?

Exercici 284. En un grup de joves matemàtics sabem que:

- a. El 25% del grup són homes
- b. El 40% del grup és de menys de 22 anys

Si hi ha 200 dones en aquest grup, troba:

- a. quants homes hi ha al grup
- b. quants menors de 22 anys hi ha al grup
- c. quina quantitat de persones hi ha al grup

Exercici 285. Tenim un dipòsit i 4 aixetes damunt seu que estan totes tancades. Si obrim 3 de les 4 aixetes, el dipòsit tarda 39 minuts a omplir-se. Quant tardaria a omplir-se si tenguéssim obertes 2 aixetes?

Exercici 286. Tres amics aporten 10, 25 i 80 euros per fer una travessa. Si els toquen 25000 euros, què li toca a cadascú?

Exercici 287. Tardem 25 minuts a anar a la feina, anant a 6 km/h. Si volem arribar amb només 10 minuts, a quants quilòmetres per hora hem d'anar?

Exercici 288. Necessitem 4 metres de tela per fer una cortina. Si 2,5 m de tela costen 48 euros, quant haurem de pagar per la tela?

Exercici 289. Tres socis compren 250, 400 i 5050 accions d'una companyia. Al cap d'un any, aquesta reparteix dividends de 12 euros per cada 25 accions. Què guanya cada accionista?

Exercici 290. Quinze persones fan el muntatge d'uns plafons solars en tres setmanes.

- a. Quant tardarien 35 persones a fer aquest mateix muntatge?
- b. Si volem muntar-lo en només 15 dies, quantes persones necessitarem?

Exercici 291. En una pastisseria, sabem que 5 pastissos costen 15,55 euros.

- a. Si volem endur-nos-en 80 pastissos, quant ens costaran?
- b. Si només tenguéssim 25 euros, quants pastissos ens podríem endur?

Exercici 292. Tres amics van al Go Karts!. Per problemes monetaris es veuen obligats a llogar un sol cotxe entre els tres. Paguen 2, 3 i 10 euros respectivament. Si sabem que amb 15 euros poden colcar 20 minuts, quants minuts manarà cadascú el cotxe?

Exercici 293. Tres excavadores tarden quatre setmanes en fer un clot.

- a. Quants dies tardaran dues excavadores?
- b. Si volem fer el clot només en 10 dies, quantes excavadores hem de menester?

Exercici 294. En una quiosc, sabem que 5 caramels costen 5,75 euros.

- a. Si volem endur-nos-en 80 caramels, quant ens costaran?

- b. Si només tenguéssim 5 euros, quants caramels ens podríem endur?

Exercici 295. Tres amics van a un cibercafé. No tenen doblers per llogar cadascú un ordinador, per tant decideixen llogar-ne un entre els tres. Es treuen tot el que tenen a les butxaques i aporten: 1,20 euros, 2,50 euros i 80 cèntims. Si sabem que una hora de connexió costa 6 euros, quants minuts utilitzarà l'ordinador cadascú?

Exercici 296. Un tren que va a 80 km/h tarda 40 minuts en arribar al seu destí

- a. Quants minuts tardaria si anàs a 50 km/h?
- b. Si volguéssim arribar només en 15 minuts, a quants quilòmetres per hora hauria d'anar el tren?

Exercici 297. En Jaume ha cobrat 200 € per 25 hores de feina. Quant cobrarà na Marta que ha fet 30 hores de feina?

Exercici 298. Al Congrés dels diputats, que té 350 escons, hi havia l'any 2008¹: 169 diputats del PSOE, 154 diputats del PP i la resta d'altres grups. Quin tant per cent d'escons té cada partit polític a la Cambra?

Exercici 299. En cada cas, digues quina relació hi ha entre les dues magnituds:

- a. La longitud del costat d'un quadrat i el seu perímetre
- b. En nombre de gallines en una granja i els quilograms de pinso que mengen
- c. La velocitat a que va un cotxe i el temps que tarda per anar del punt *A* al punt *B*

Exercici 300. Dos germans en Vicenç i na Coloma, obren una llibreta al banc. Cada mes, en Vicenç hi posa 40 euros i na Coloma 80 euros. Al cap d'alguns anys, tenen a la llibreta 3360 euros. Com els han de repartir? Què li toca a cadascun?

Exercici 301. Quatre socis decideixen comprar accions de borsa. Aporten 100, 500, 1000 i 5000 euros, respectivament. Després d'un any, obtenen uns beneficis de 25 000 euros. Què obté cadascú?

Exercici 302. El 28% dels espanyols té carnet de moto. Si a Espanya hi ha 40 000 000 persones, ¿quants espanyols tenen carnet de moto?

Exercici 303. A una ciutat, el 40% de la població té cotxe. D'aquests, el 20% té un tot-terreny. I d'aquests un 10% s'ha comprat el cotxe en aquest darrer any. Si a la

¹ Font: [ca.wikipedia.org/Elecciones generales espanyoles de 2008](http://ca.wikipedia.org/Elecciones_generales_espanyoles_de_2008)

ciutat hi ha 20000 persones, quanta gent s'ha comprat un tot-terreny aquest darrer any?

Exercici 304. A un gimnàs, que té 250 socis, el 20% del socis van a la classe d'aeròbic, el 30% fan peses i la resta fan spinning. Quanta gent hi ha a cada classe?

Exercici 305. Dins una empresa que té 280 empleats, hi ha 10 càrrecs directius, 54 vice-directors, i la resta és personal administratiu. Quin tant per cent suposa cada grup en el total dels empleats de l'empresa?

Exercici 306. A l'Estat espanyol hi havia l'any 2008, 15.683.433 de dones fèrtils². Si suposem que el 40% d'aquestes va tenir un o més fills, i d'aquestes, un 10% va tenir un part múltiple. I d'aquestes, un 1% va tenir més de 4 fills. Quantes dones varen tenir més de 4 fills a Espanya l'any 2008?

² Font: [en.wikipedia.org/Demographics of Spain](https://en.wikipedia.org/Demographics_of_Spain), prenent com a dones fèrtils aquelles les edats de les quals estan compreses entre 16 i 64 anys.

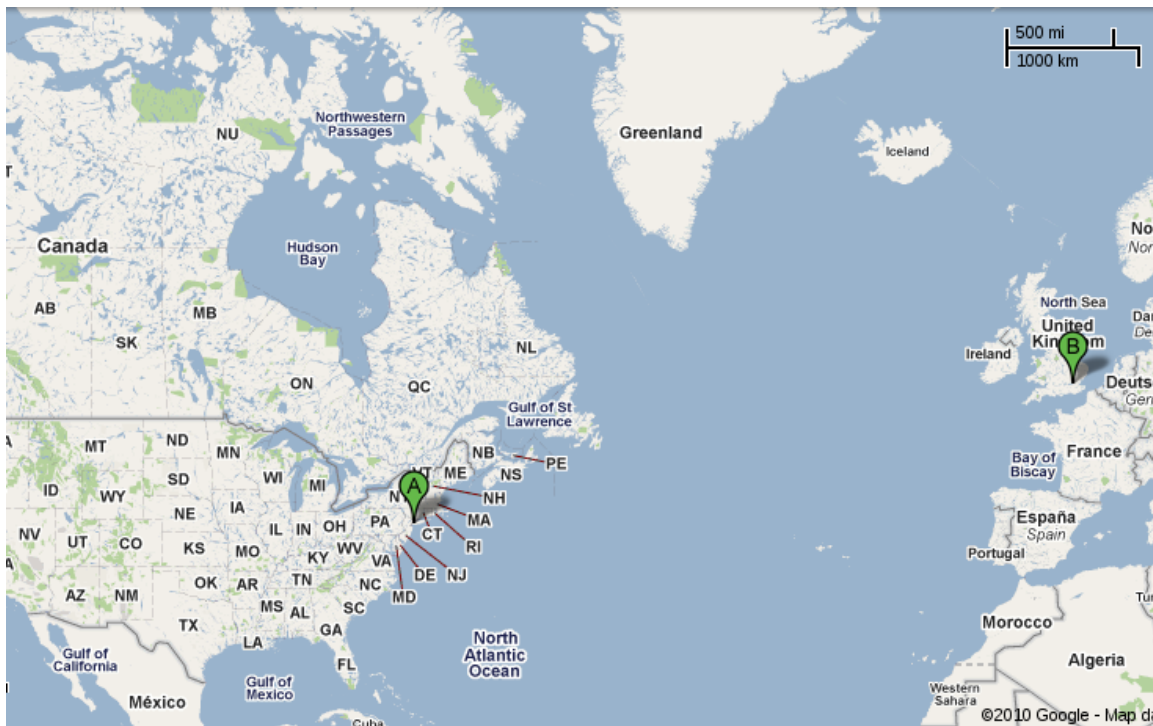
Solucions de “Mesclats”

1. Exercici 251: (a.) 42 € (b.) 7.5 h
 2. Exercici 260: 80 km/h
 3. Exercici 262: 200 €, 200 € i 600 €.
 4. Exercici 288: 76,80 €
 5. Exercici 290: (a.) 9 dies, (b.) 21 persones
 6. Exercici 300: 2240 € a na Coloma, i 1120 € a en Vicenç
 7. Exercici 301: (a.) 378,78 €, (b.) 1893,93 €, (c.) 3787,87 €, (d.) 18939,39 €
-

3 Proporcionalitat geomètrica

FITXA 0. INTRODUCCIÓ

Exercici 307.



Quina distància hi ha entre Londres i Nova York?

Exercici 308.



Quin país és més gran: Algèria o Aràbia Saudí?

Solució

1. En primer lloc, *quadrangularitzem* els països:

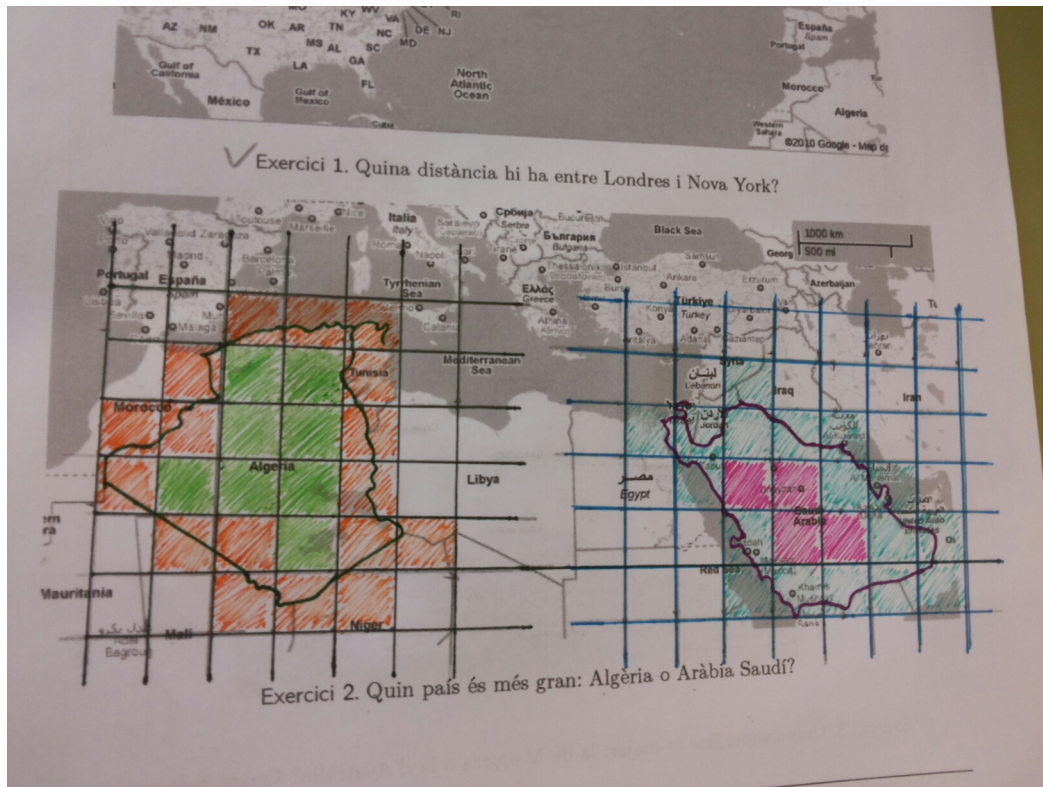


Figura 1 Després de quadrangularitzar els països (cortesia de Judith Banda - 2014).

2. I comptem el nombre de quadrats:

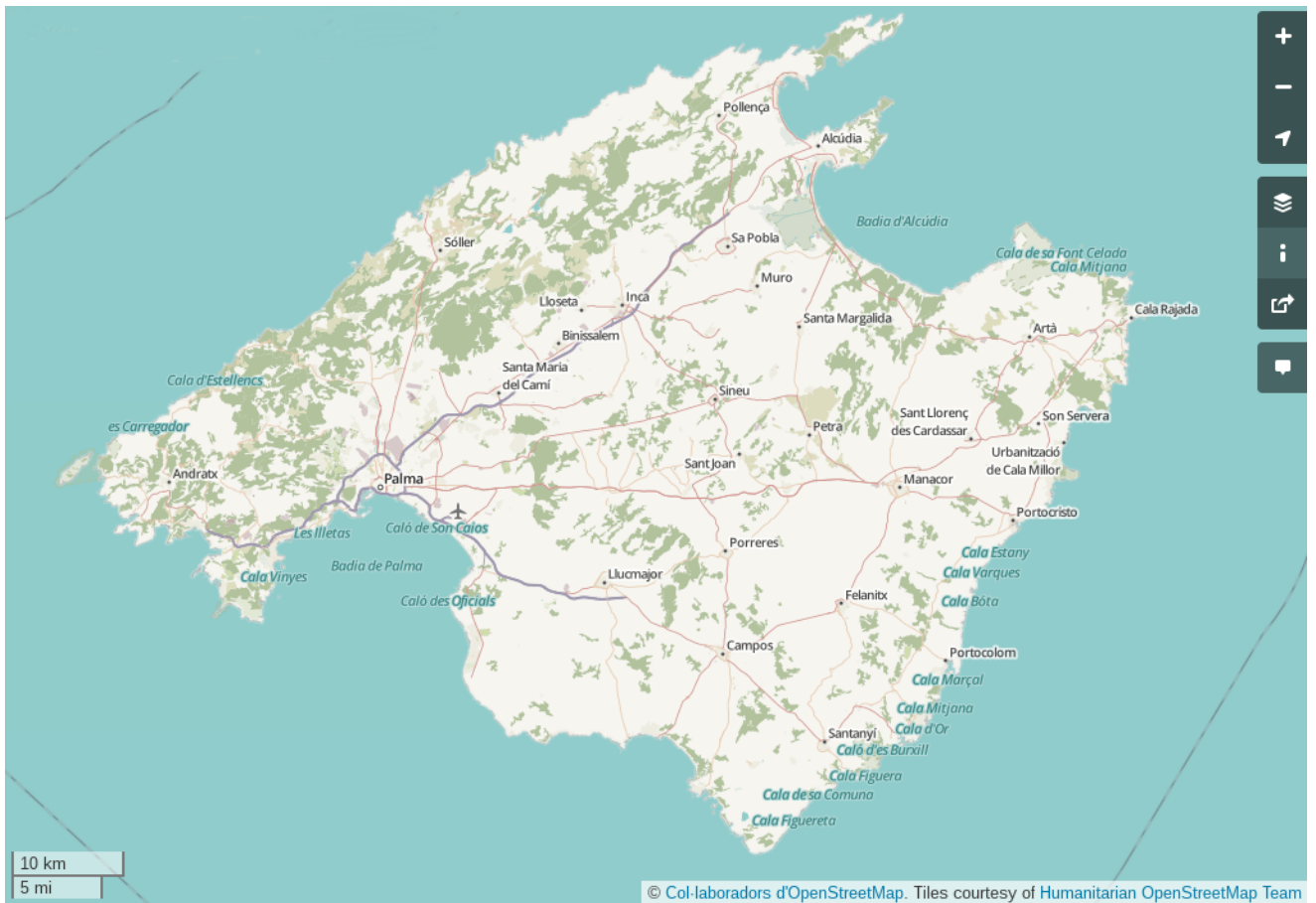
País	Quadres interiors	Quadres exteriors	Quadres totals
Algèria	8	17	25
Aràbia Saudí	4	17	21

Els quadrats interiors ens proporcionen l'àrea mínima del país, mentre que el nombre de quadrats totals representen l'àrea màxima del país.

3. Amb una regla de tres, amb l'escala, tenim que cada quadrat té una àrea *real* de $400 \text{ km} \times 400 \text{ km} = 16.000 \text{ km}^2$.
4. Per tant, l'àrea màxima i mínima de cada país és:

País	Àrea mínima	Àrea màxima
Algèria	$8 \cdot 16.000$	$25 \cdot 16.000$
Aràbia Saudí	$4 \cdot 16.000$	$21 \cdot 16.000$

Exercici 309. Quina superfície és major: la de Mallorca o la d'Austràlia? Quant més gran?



Solució

En primer lloc, quadrangularitzem el mapa de Mallorca i marquem en diferents colors els quadres que tenen només una part a Mallorca i els que estan continguts completament dins Mallorca (figura 2), és dir, els quadres interiors i exteriors.

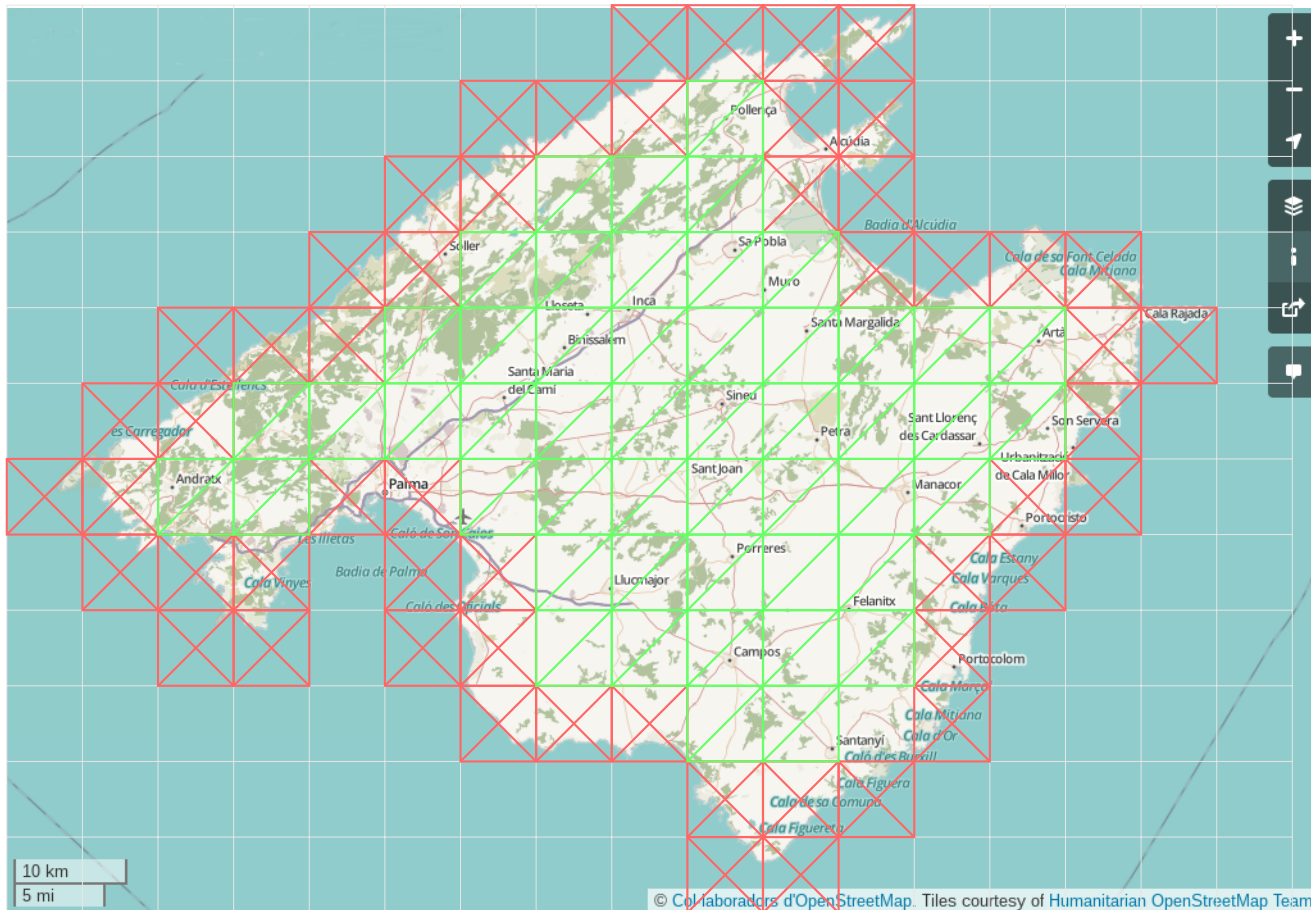


Figura 2 Mallorca quadrangularitzada

Per tant, tenim que:

- El nombre de quadres interiors és igual a 50
- El nombre de quadres exteriors és igual a 54
- Per tant, el nombre de quadres total és 104
- L'escala ens proporciona la informació de què 1,5 cm al mapa corresponen a 10 km a la realitat. Per tant, cada quadre dibuixat al mapa (que medeix 1 cm × 1 cm) correspon a un quadrat de 6,66 km × 6,66 km a la realitat, és a dir, un quadrat de 44,44 km² d'àrea aproximadament.
- D'aquesta manera, l'àrea mínima és de $54 \cdot 44,44 \text{ km}^2 = 2.399,76 \text{ km}^2$ i l'àrea màxima és igual a $104 \cdot 44,44 \text{ km}^2 = 4.621,76 \text{ km}^2$.

De la mateixa manera, podem procedir amb el mapa d'Austràlia (figura 3).

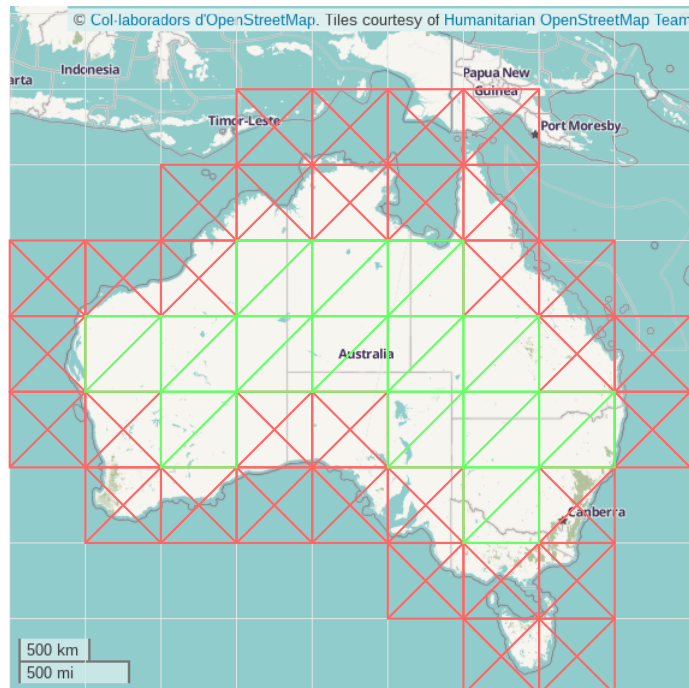


Figura 3 Austràlia quadrangularitzada

Per tant, tenim que:

- El nombre de quadres interiors és igual a 50
- El nombre de quadres exteriors és igual a 14
- Per tant, el nombre de quadres total és 64
- L'escala ens diu que 1,4 cm al mapa corresponen a 500 km a la realitat. Per tant, cada quadre dibuixat al mapa (que medeix 1 cm \times 1 cm) correspon a un quadrat de 357,14 km \times 357,14 km a la realitat, és a dir, un quadrat de 127.548,98 km² d'àrea aproximadament.
- D'aquesta manera, l'àrea mínima és de $50 \cdot 127.548,98 \text{ km}^2 = 6.377.449 \text{ km}^2$ i l'àrea màxima és igual a $64 \cdot 127.548,98 \text{ km}^2 = 8.163.134,72 \text{ km}^2$.

I finalment, hem de comparar els dos països. Per a comparar dues magnituds normalment es divideix la major entre la menor i s'obté quantes vegades és més gran l'objecte major que l'objecte menor. Per tant, en el nostre cas, hauríem de dividir l'àrea d'Austràlia entre l'àrea de Mallorca per a saber quantes vegades és més gran Austràlia que Mallorca, és a dir, quantes *Mallorques* caben dins Austràlia.

Ara bé, tenim una estimació de les àrees per defecte i per excés. Quina prenem? Per saber-ho, observem aquest problema:

Exemple 2. Es vol repartir els doblers d'una bossa entre els assistents a una festa. Es sap que hi ha entre 500 i 10.000 € dins la bossa, i que hi ha entre 100 i 200 persones. Què toca a cadascun?

Per resoldre aquest problema, està clar que volem saber què ens tocarà com a mínim i com a màxim:

- La quantitat màxima que ens pot tocar seria si tenim la sort que a la bossa hi ha el màxim de doblers i som el menor nombre de persones. Per tant, com a màxim ens podria tocar: $10.000/100 = 100\text{€}$
- D'altra banda, el mínim que ens pot tocar correspondria a la *desgràcia* que fóssim el màxim nombre de persones a la festa, és a dir, 200, i hi hagués el mínim de doblers a la bossa. Per tant, ens podria tocar com a mínim $500/200 = 2,5\text{€}$

En resum, hem dividit el màxim d'una quantitat entre el mínim de l'altre i vice-versa, i no el mínim entre el mínim i el màxim entre el màxim, com algunes persones podrien pensar.

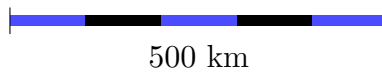
En el nostre cas, hem de procedir de manera anàloga:

- $8.163.134,72/2.399,76 = 3.401,64$
- $6.377.449/4.621,76 = 1.379,87$

És a dir, Austràlia és *com a màxim* 3.401,64 vegades més gran que Mallorca. I Austràlia és *com a mínim* 1.379,87 vegades més gran que Mallorca. De forma compacte, podríem dir que Austràlia és entre 1379 i 3402 vegades major que Mallorca.

QUÈ HEM APRÈS?

- Un mapa és una representació de la realitat a un pla de manera que les formes es preserven, és a dir, no es distorsionen els angles de la realitat quan aquests es representen al mapa.
- L'*escala gràfica* indica la correspondència que hi ha entre els objectes representats en el mapa i els objectes reals. Per exemple, aquesta escala:



indica que 500 quilòmetres a la realitat corresponen a 5 centímetres al mapa (el que mesura aquest segment).

- Es poden fer diferents estimacions de l'àrea total d'un país *quadrangularitzant* la seva superfície. Depenent de si prenem els quadrats que estan completament dins la superfície d'un país o si prenem els qui contenen algun punt d'aquest país, obtindrem l'*àrea mínima* i l'*àrea màxima* d'aquest país. Aquestes estimacions es poden fer més fines, més precises, fent els quadrats més petits.
- Es podrien fer estimacions *tesselant* el mapa mitjançant altres figures, per exemple triangles en comptes de quadrats, i els resultats serien anàlegs. La forma de la figura es diu la *base* de la tesselació. En el nostre cas, la base és un quadrat.
- A mesura que feim la base de la tesselació més fina (és a dir, els quadrats, els triangles, etc.), les dues aproximacions de l'àrea convergeixen a un mateix valor, el valor real de l'àrea.

FITXA 1. ÚS D'ESCALA GRÀFICA

Exercici 310. A partir d'aquest plànol:



Figura 4 Plànol de Campos

a. Marqueu en el mapa:

- A) el vostre domicili propi
- B) el centre de salut
- C) el poliesportiu
- D) el centre geomètric del poble
- E) un punt a la frontera del poble
- F) el cementiri municipal

b. Per a cadascun dels punts anteriors, amb l'ajuda d'un regle, trobeu *quina distància* (en metres) hi ha al CEPA Sud.

PUNT	DISTÀNCIA AL MAPA (CM)	DISTÀNCIA REAL (METRES)
_____ ⇒	_____ ⇒	_____
_____ ⇒	_____ ⇒	_____
_____ ⇒	_____ ⇒	_____
_____ ⇒	_____ ⇒	_____
_____ ⇒	_____ ⇒	_____
_____ ⇒	_____ ⇒	_____

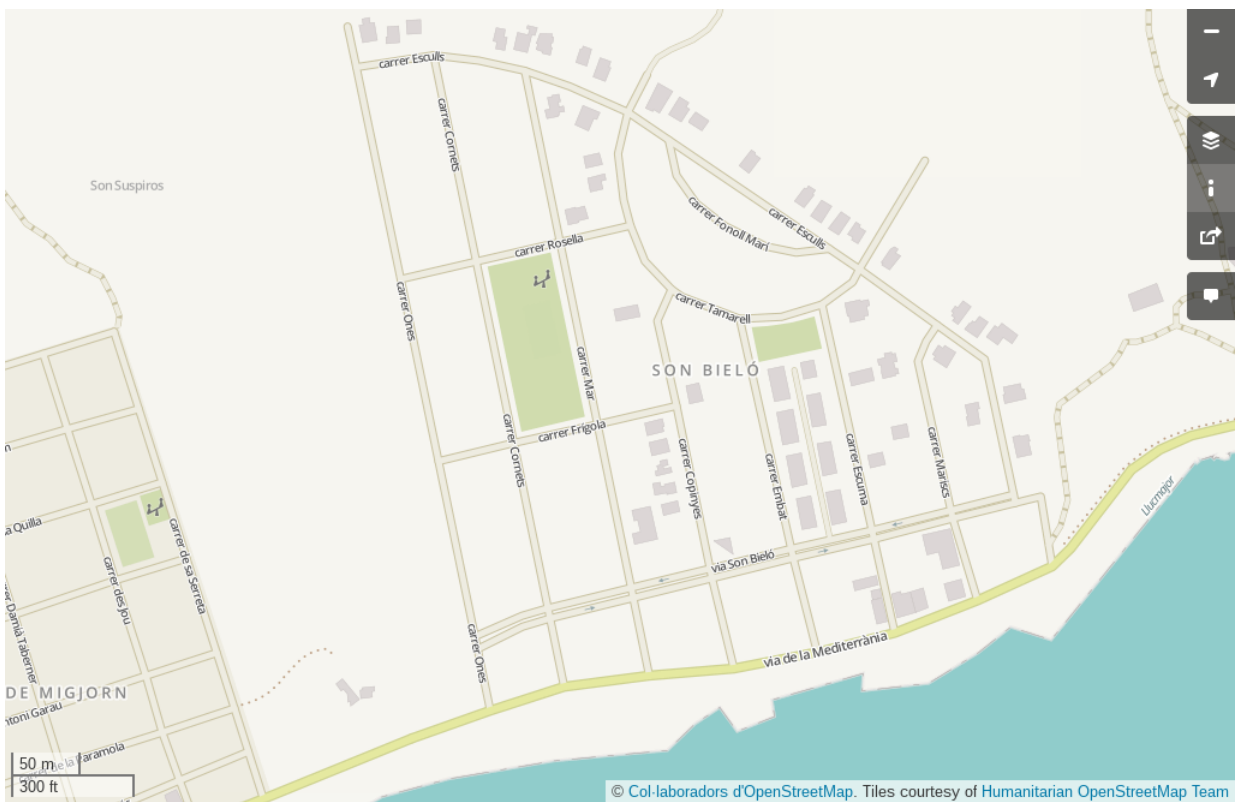
c. Quin *temps* tardarem, aproximadament, des de cadascun dels punts anteriors per arribar al centre d'adults?

PUNT

TEMPS ESTIMAT (MINUTS)

_____ ⇒	_____
_____ ⇒	_____
_____ ⇒	_____
_____ ⇒	_____
_____ ⇒	_____
_____ ⇒	_____

Exercici 311. A partir de la figura següent:



- Triu dos *carrers* del poble que contenguin, com a mínim, a 3 illetes de cases
- Trobeu la seva *longitud* (en metres)

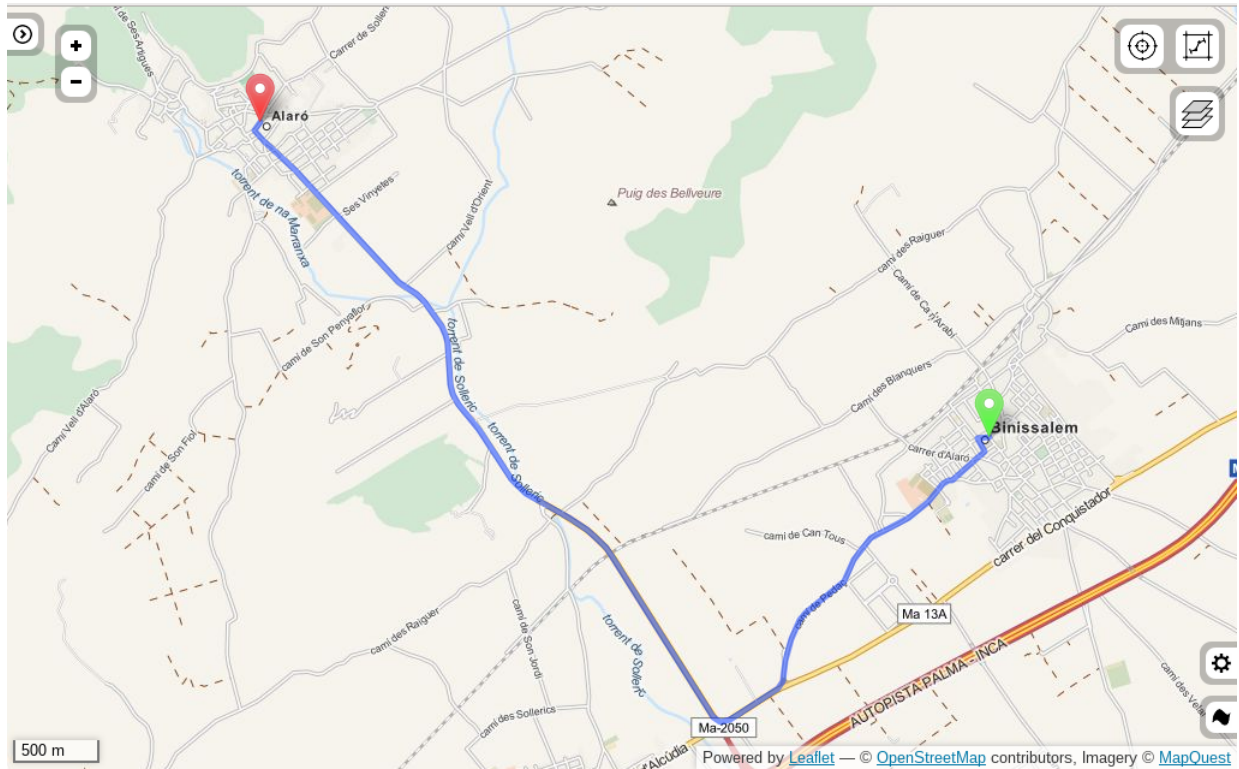
CARRER

LONGITUD (METRES)

_____ ⇒	_____
_____ ⇒	_____
_____ ⇒	_____

- Quin és el carrer més gran del poble? Què medeix?

Exercici 312. Observeu el mapa:



a. Completeu:

TRAJECTE	DISTÀNCIA AL MAPA (CM)	DISTÀNCIA REAL (KM)
Binissalem-Alaró ⇒	_____ ⇒	_____
Consell-Binissalem ⇒	_____ ⇒	_____
Consell-Alaró ⇒	_____ ⇒	_____
Binissalem-Inca ⇒	_____ ⇒	_____

b. Què gastaríeu de benzina amb una moto que consumeix 5 litres cada 100 quilòmetres?

TRAJECTE	DISTÀNCIA REAL (KM)	CONSUM (L)
Binissalem-Alaró ⇒	_____ ⇒	_____
Consell-Binissalem ⇒	_____ ⇒	_____
Consell-Alaró ⇒	_____ ⇒	_____
Binissalem-Inca ⇒	_____ ⇒	_____

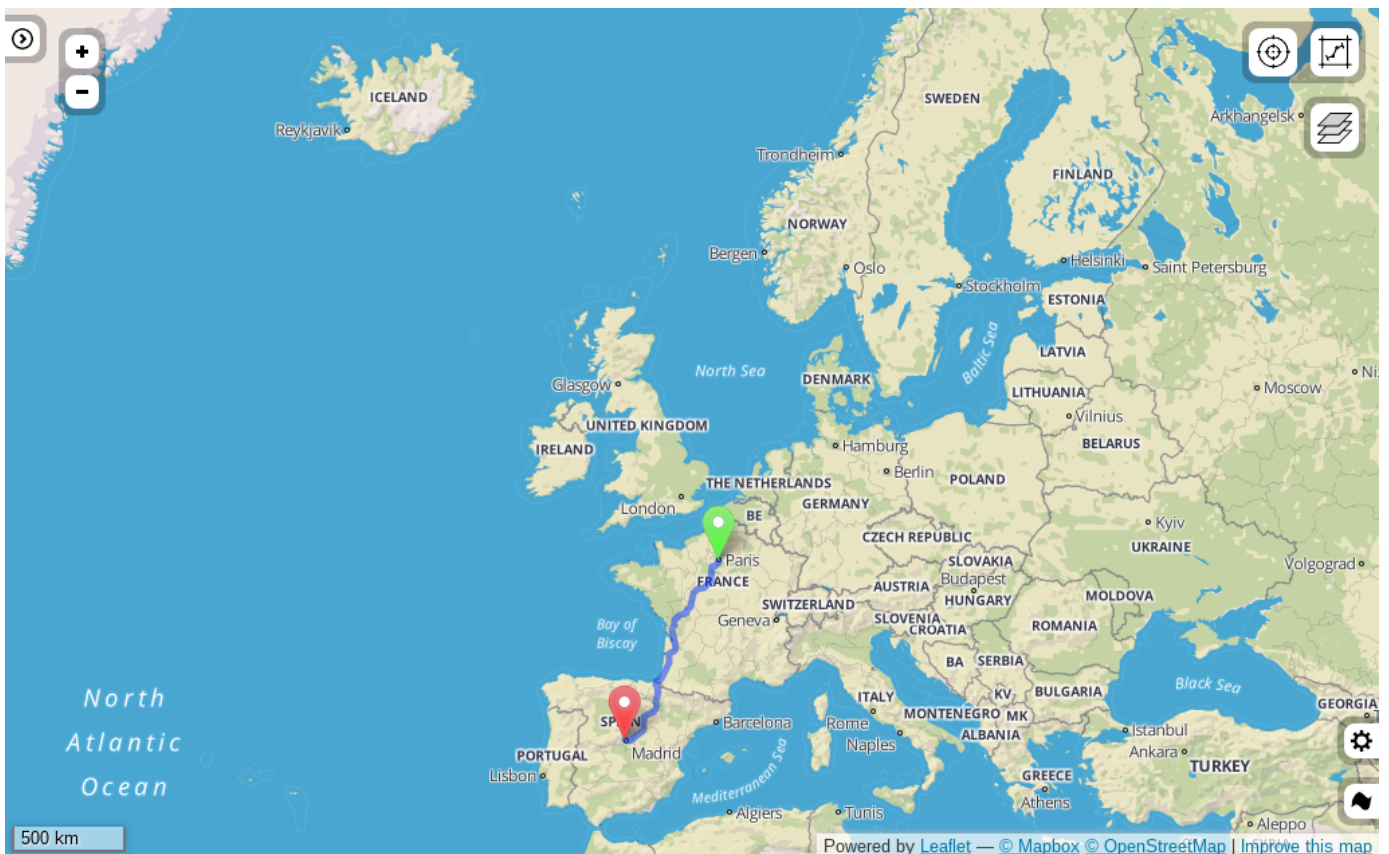
c. Què tardaríeu en fer cada destí? Podeu suposar que sempre anau a la mateixa velocitat

TRAJECTE	DISTÀNCIA REAL (KM)	TEMPS (MIN)
Binissalem-Alaró ⇒	_____ ⇒	_____
Consell-Binissalem ⇒	_____ ⇒	_____
Consell-Alaró ⇒	_____ ⇒	_____
Binissalem-Inca ⇒	_____ ⇒	_____

Exercici 313. Volem anar de viatge. Anam a l'agència de viatges i ens diuen que hi ha una oferta:

Viatge per quilòmetres

Mínim 4000 km
Màxim 8000 km
1 € = 10 km
Obligatori fer el trajecte Madrid-París



- a) Trieu un viatge dins aquests paràmetres
- b) Què vos costarà el viatge?

Exercici 314. (Mare Serenitatis) El *mar de la serenitat* (figura 5) és un antic mar de la Lluna [1] (figura 6). Forma part de la *cara de l'home de la Lluna*. Podeu calcular quina superfície té?

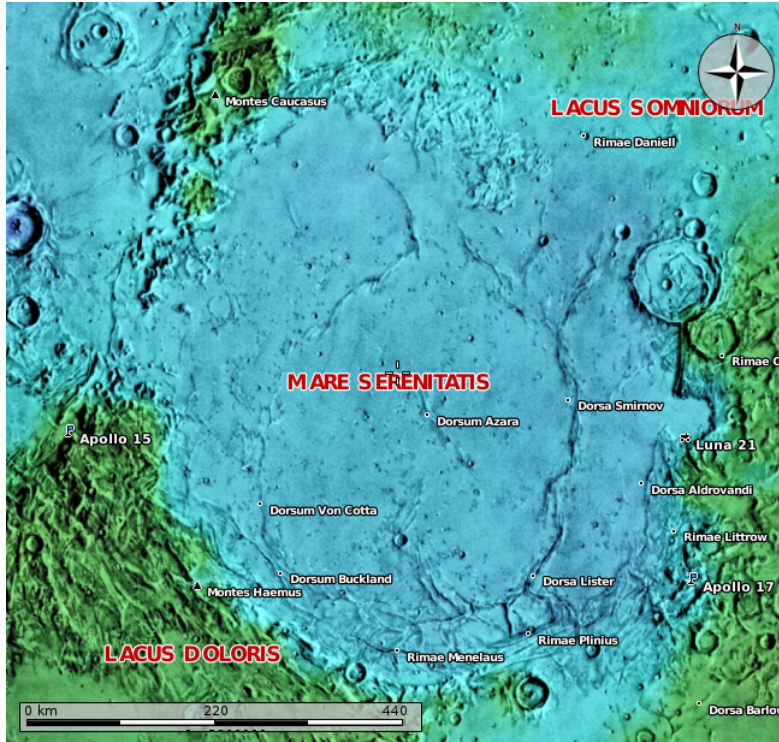


Figura 5 Plànol de la mar *Mare Serenitatis*

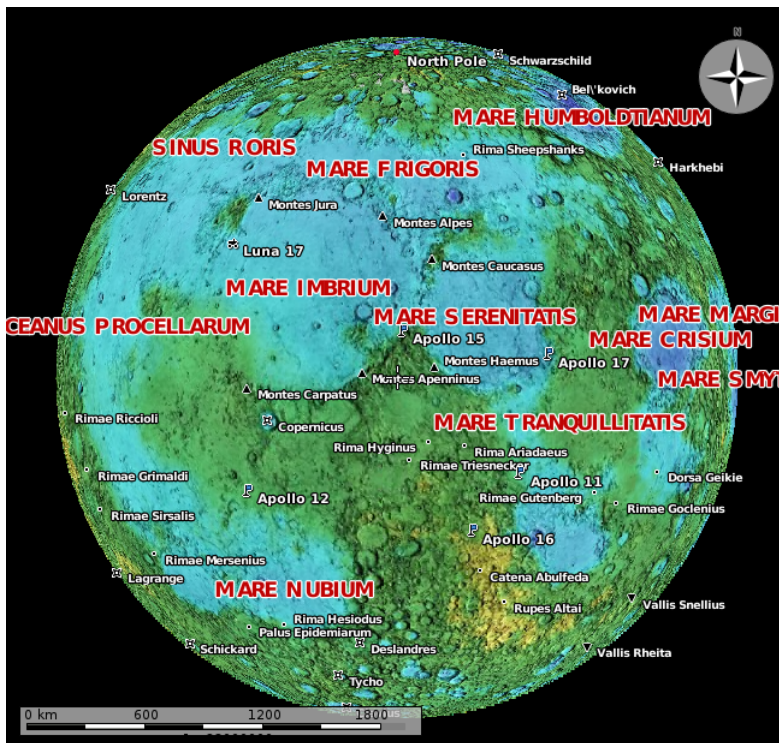


Figura 6 Plànol de la Lluna

El continent europeu té una superfície de 10.180.000 km². Compareu les superfícies de la *Mare Serenitatis* amb Europa.

Solució

En primer lloc, hem de quadrangularitzar el plànol del Mare Serenitatis (figura 7).

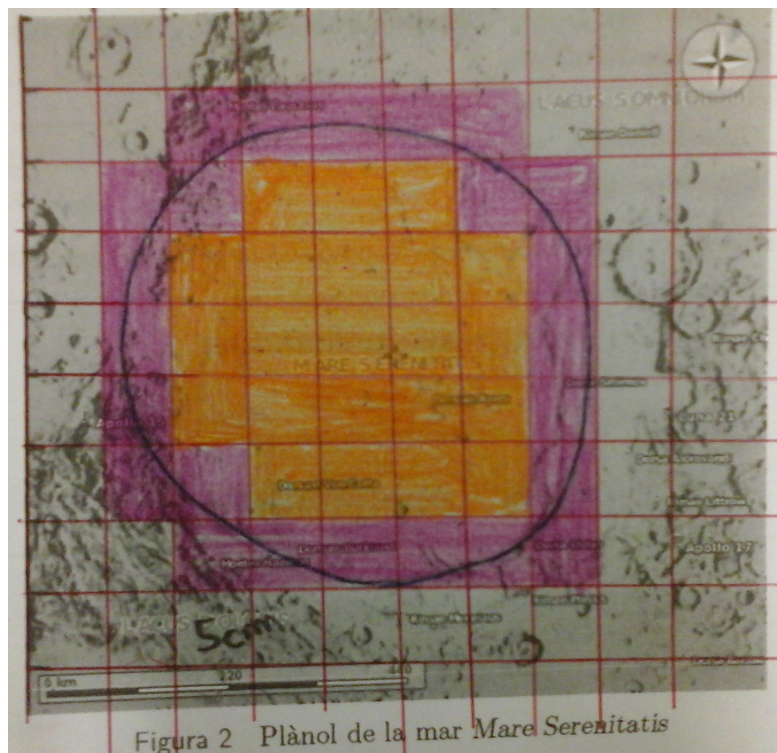


Figura 7 Mare Serenitatis quadrangularitzada. Cortesia de Maxi González

Tenim que:

- El nombre de quadres exteriors és 24
- El nombre de quadres interiors és 22
- El nombre de quadres totals és de 46
- L'escala ens diu que 5 centímetres al mapa són 440 quilòmetres a la realitat. Per tant, cada quadre té una àrea de 1 cm^2 al mapa i de 7.744 km^2 a la realitat.
- L'àrea mínima d'aquesta mar és de $22 \cdot 7.744 = 170.368 \text{ km}^2$. I la seva àrea màxima, de 356.224 km^2 .

A l'hora de comparar la superfície del Mare Serenitatis amb Europa, podem fer igual que a l'exercici 309:

- $10.180.000/170.368 = 59,75$
- $10.180.000/356.224 = 28,57$

És a dir Europa és entre 28,57 i 59,75 vegades més gran que el Mar de la Serenitat.

Exercici 315. Estimeu quantes vegades és més gran Estats Units d'Amèrica (figura 9) respecte d'Islàndia (figura 8) a partir d'aquests plànols.

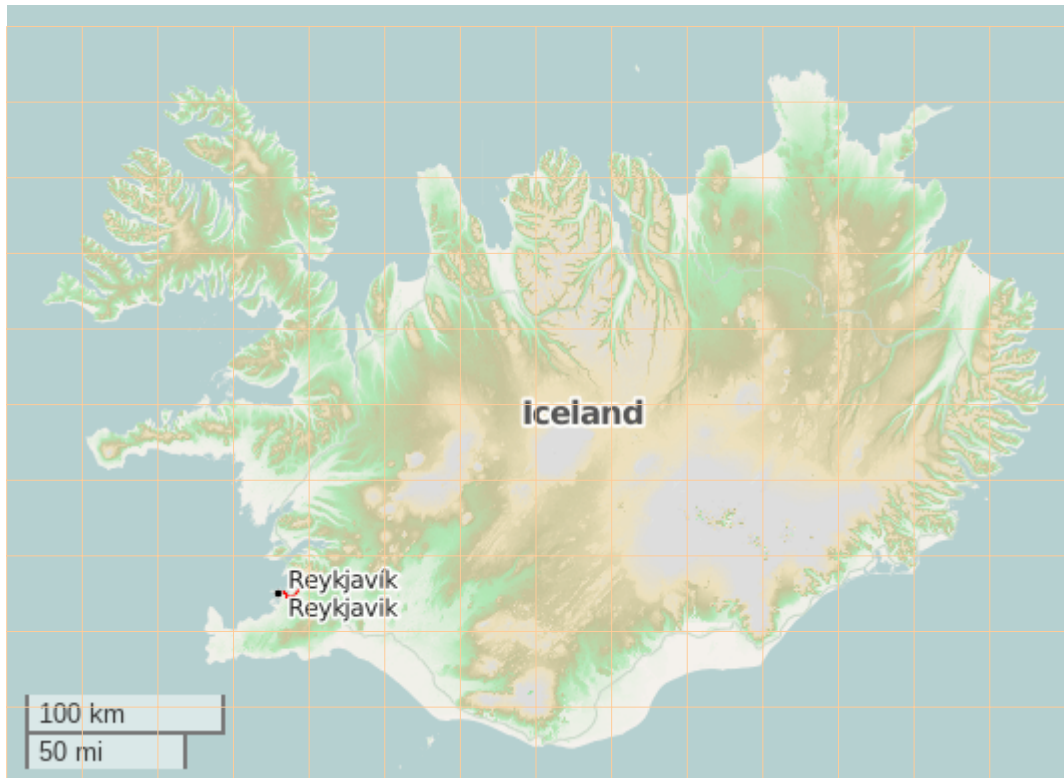


Figura 8 Plànol d'Islàndia amb l'espai quadriculat

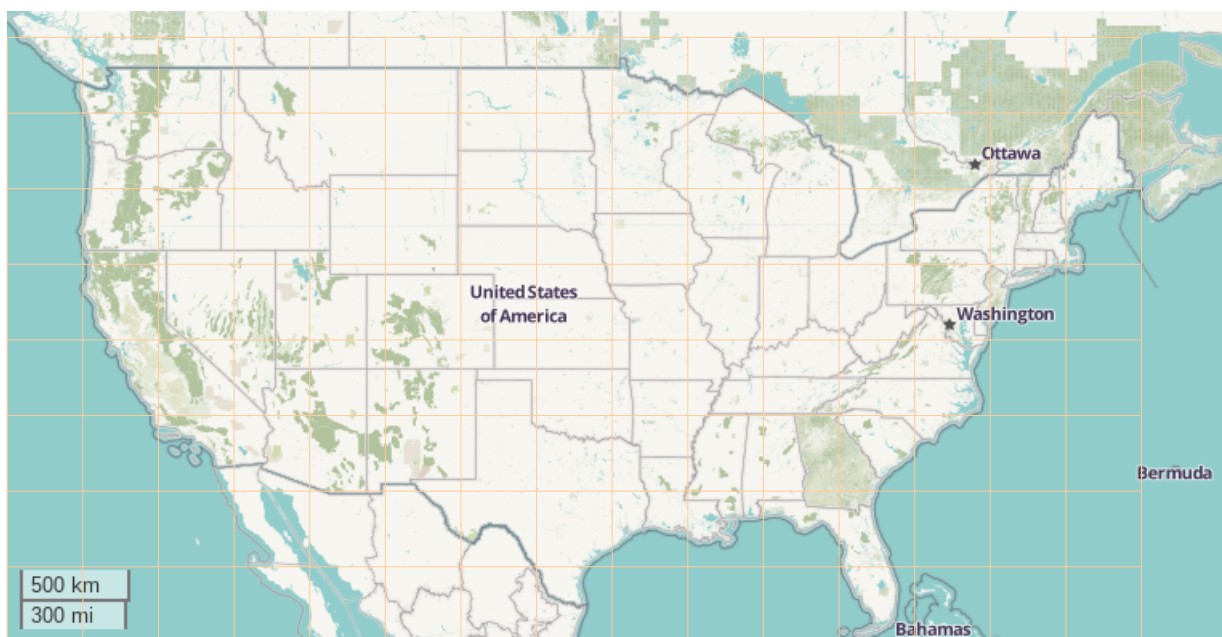


Figura 9 Plànol d'EUA amb l'espai quadriculat

Solució



Figura 10 Plànol d'Islàndia amb les quadrícules pintades



Figura 11 Plànol d'EUA amb les quadrícules pintades. Cortesia de Pau Wagner

Tenim que:

- El plànol d'Islàndia té 55 quadres exteriors i 41 quadres interiors. En total, 96 quadres.
- L'escala relaciona 2,5 cm al plànol amb 100 km a la realitat
- Per tant, un quadre a la realitat té una àrea de 1.600 km^2
- Aleshores, l'àrea total d'Islàndia està entre $41 \cdot 1.600 = 65.600 \text{ km}^2$ i $96 \cdot 1.600 = 153.600 \text{ km}^2$.

De la mateixa manera:

- El plànol d'EUA té 39 quadres exteriors i 45 quadres interiors. En total, 84 quadres.
- L'escala relaciona 1,4 cm al plànol amb 500 km a la realitat
- Per tant, un quadre a la realitat té una àrea de $127.548,98 \text{ km}^2$
- Aleshores, l'àrea total dels Estats Units d'Amèrica està entre $45 \cdot 127.548,98 = 5.739.704,1 \text{ km}^2$ i $84 \cdot 127.548,98 = 1.0714.114,32 \text{ km}^2$.

Amb tot, EUA entre $1.0714.114,32/65.600 = 163,32$ i $5.739.704,1/153.600 = 37,36$ major que Islàndia.

Problemes d'estimacions

Exercici 316. En un bar es recapten entre 200 i 1000 euros de propina a la setmana. D'altra banda, s'estima que hi ha entre 20 i 50 clients a la setmana.

- a. Es pot saber què ha gastat cada client?
- b. Quin és els euros que com a màxim s'ha gastat un client?
- c. Quin és el cas extrem en el que els clients han gastat el mínim?

Exercici 317. En Bartomeu sap que compra entre 6 i 10 ampolles de xampú a l'any i que les botelles de xampú han costat entre 1,5 i 3 €. Què s'ha gastat com a màxim en Bartomeu enguany? I com a mínim?

Exercici 318. Per fer una coca, dues persones volem juntar el nombre d'ous que tenen. Però no s'enrecorden de quants en tenen i no ho poden mirar perquè no són a ca seva. Quants d'ous podran juntar si s'enrecorden que tenen entre 10 i 12 ous i entre 20 i 25 ous? Quants d'ous té de més el que més ous té?

L'ESCALA NUMÈRICA

- L'escala numèrica denota una relació entre les unitats del mapa i les unitats de la realitat. Es denota, per exemple, com

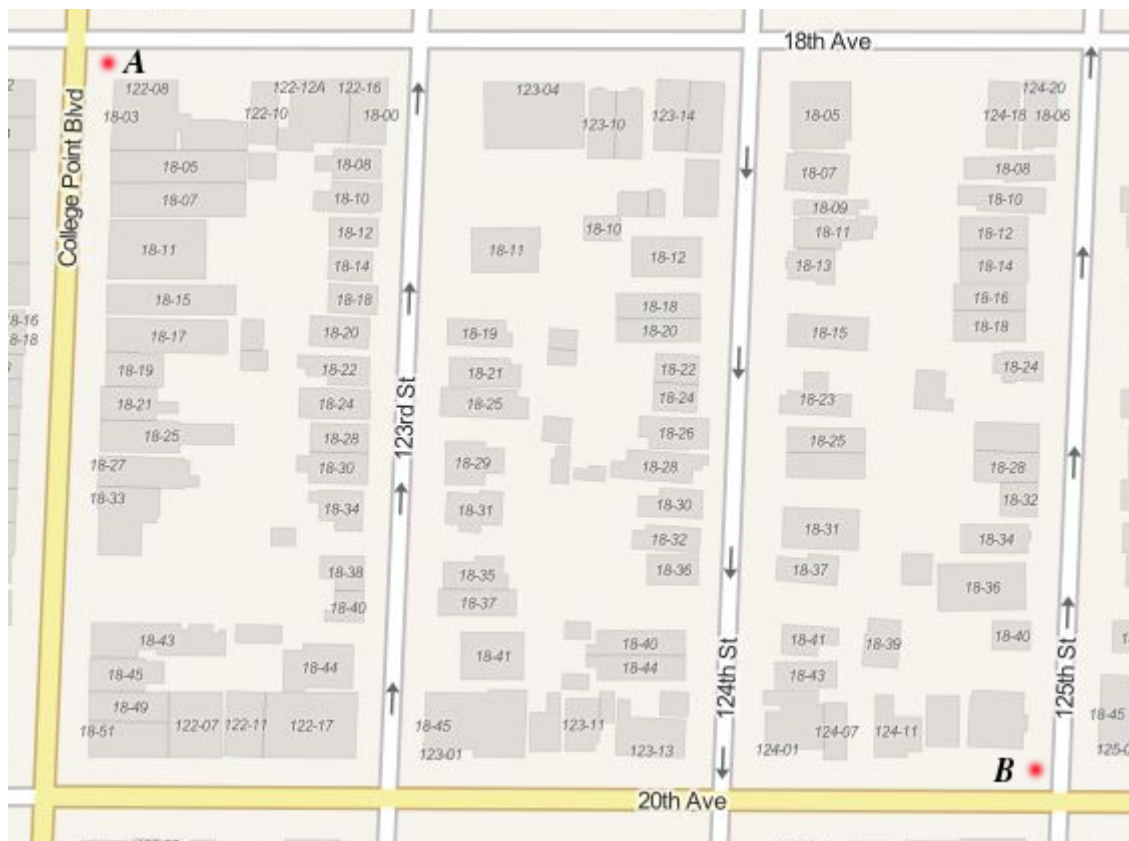
$$1:1000$$

Això vol dir que 1 centímetre al mapa es correspon amb 1000 centímetres a la realitat (o sigui 10 metres). També vol dir que 1 decímetre al mapa es correspon a 1000 decímetres a la realitat, etc. En general, 1 unitat al mapa es correspon a 1000 unitats a la realitat.

- Aquesta és una de les diferències entre l'escala numèrica i l'escala gràfica. L'escala numèrica indica una proporció entre les mateixes unitats, en canvi l'escala gràfica no té perquè tenir les mateixes unitats al plànol i a la realitat (de fet, quasi mai les té).
- En els plànols de carreteres, de països, de construccions, etc. s'utilitza l'escala numèrica.
- Recordeu que el $N:M$ de l'escala numèrica, el primer nombre correspon al plànol i el segon nombre correspon a la realitat (en el cas anterior $N = 1$ i $M = 1000$).
- Un avantatge de l'escala numèrica en relació a l'escala gràfica és que és molt més ràpida d'obtenir a plànols: basta llegir dos nombres, mentres que amb l'escala numèrica s'ha d'usar regle. D'altra banda, té un gran desavantatge: si rescalem una imatge (la ampliem o la reduïm), l'escala numèrica no es mantén, però sí ho fa l'escala gràfica.

FITXA 2. ÚS D'ESCALA NUMÈRICA

Exercici 319. Aquest és el plànol d'una part de la ciutat de Nova York. El plànol està a escala 1:1000.



Dos amics, na Catherine i en John, viuen, respectivament, als punts *A* i *B*.

- Trieu un itinerari per anar d'una casa a l'altra i calculeu la distància que han de recórrer.
- Quan tardaran a arribar, aproximadament, si la recorren passejant a 3 km/h?

Exercici 320. Un plànol està a escala 1:10 000.

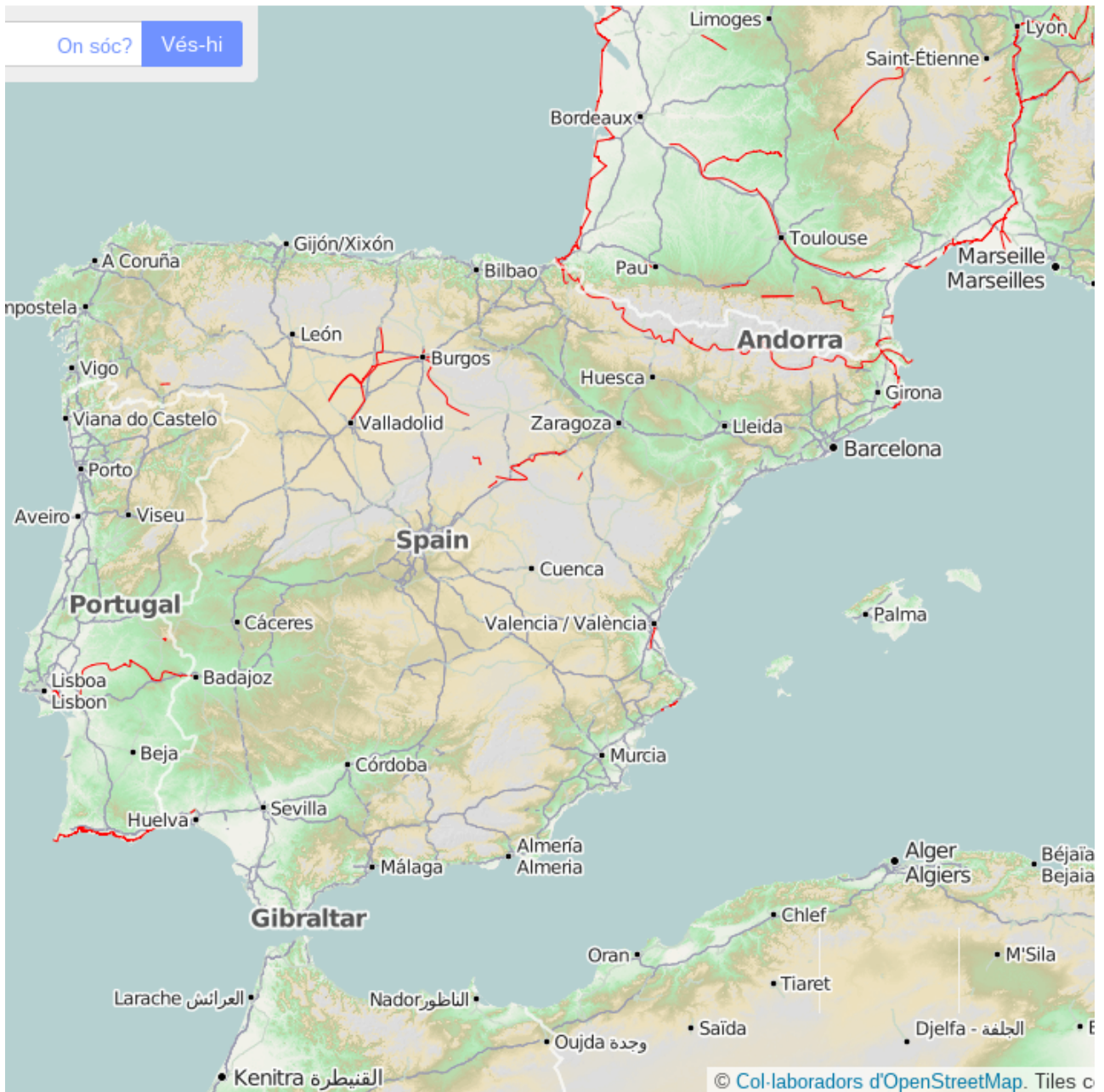
- En el plànol, dos punts disten 4 cm. Quant disten en la realitat?
- En la realitat, dos punts disten 3500 m. Quant disten en el plànol?

Exercici 321. Un xalet té forma rectangular (15 m de longitud i 10 d'amplada). Volem fer un plànol. Quina escala creieu que és la més adequada:

- | | |
|----------|----------|
| a. 1:100 | c. 100:1 |
| b. 10:1 | d. 1:10 |

Calculeu què mesuraria el plànol verticalment i horitzontal en cada cas.

Exercici 322. Aquest mapa està a escala 1:7.500.000.



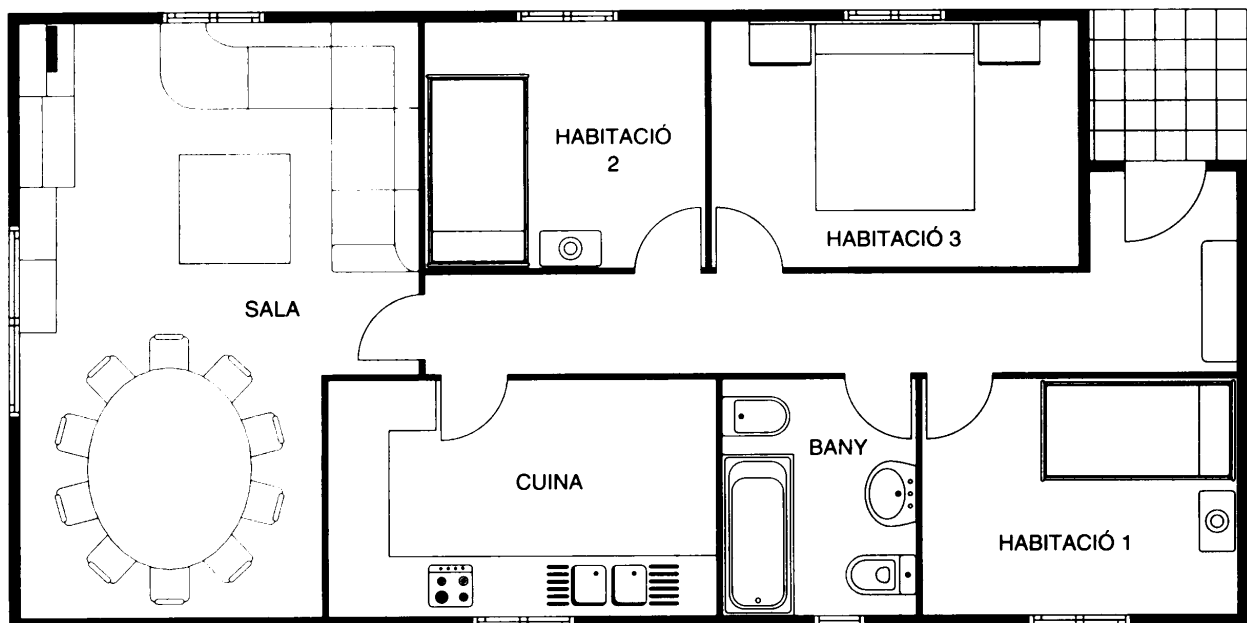
- Trobeu la distància de la Corunya (Galícia) a Girona (Catalunya).
- Situeu la teva localitat en el mapa i troba a quina distància està d'Alger i de Marsella.
- Nador és una ciutat del Marroc situada vora una preciosa albufera, *la Mar Chica* [1]. Localitzeu-la prop de Melilla i trobeu la distància que hi ha entre Nador i Màlaga.
- Trobeu dos punts al mapa amb una distància a la realitat de, com a mínim, 500 km.

Exercici 323. La figura següent representa el plànol d'un pis dibuixat a escala 1:150.



- Preneu les mides necessàries per calcular l'àrea que té.
- Quan costarà el pis si el m^2 construït val 150 €?

Exercici 324. Aquest és el plànol d'una casa dibuixat a escala 1:100.



- Trobeu les dimensions de cada habitació
- Trobeu la seva àrea

Exercici 325. Aquest és el plànol d'una habitació (figura 12).

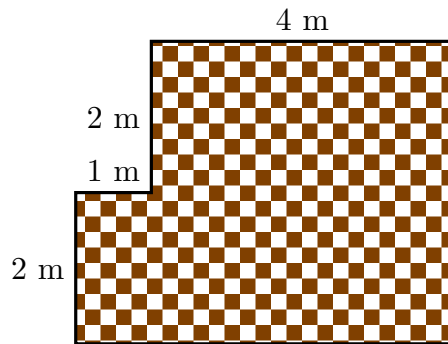
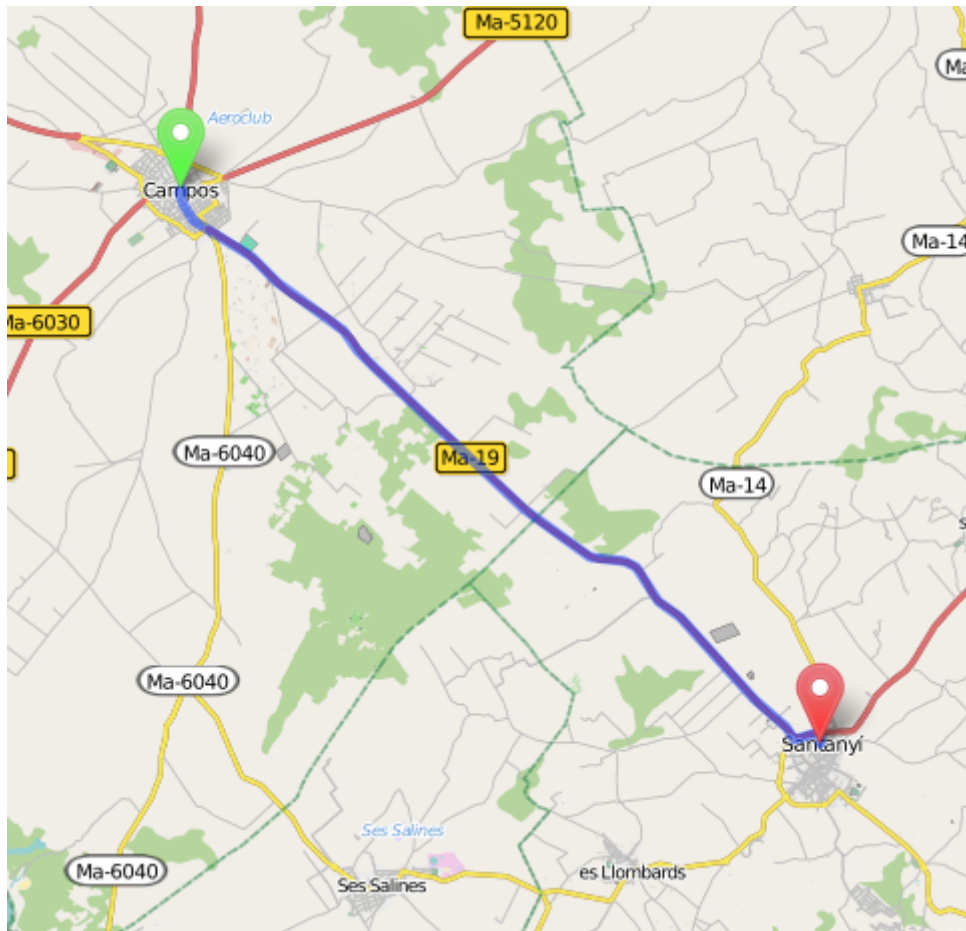


Figura 12 Plànol d'una habitació

Volem enrajolar el terra de l'habitació amb rajoles quadrades de 25 cm de costat. Si cada rajola val 1,85 € quant costaran totes les rajoles necessàries per enrajolar l'habitació?

- Calculeu quantes rajoles es necessiten (podeu passar totes les mides a centímetres, descomposar l'habitació en rectangles i calcular la seva àrea)
- Calculeu el preu de totes les rajoles
- Calculeu el perímetre de l'habitació
- Podeu calcular a quina escala està fet aquest mapa?

Exercici 326. Si des de Campos a Santanyí hi ha 13 km, a quina escala està aquest mapa?



Exercici 327. Dos pobles, que a la realitat estan a 36 km de distància, es situen en el mapa a una distància de 10,8 cm. A quina escala està el plànol?

Exercici 328. Quina àrea té aquesta paret (figura 13)?

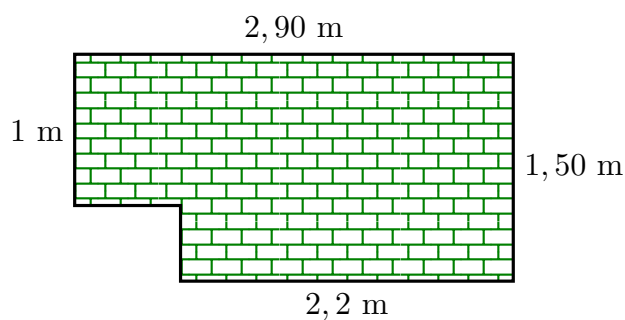


Figura 13 Una paret no rectangular

- Calculeu a quina escala està fet aquest plànol?
- Què val la diagonal que va de l'extrem superior esquerre a l'extrem inferior dret?

Exercici 329. (Segar la gespa) Un empleat del golf de Puntiró sempre li toca segar la gespa del green 6è (figura 14). Un dia es demana quina superfície total sega. El podeu ajudar?

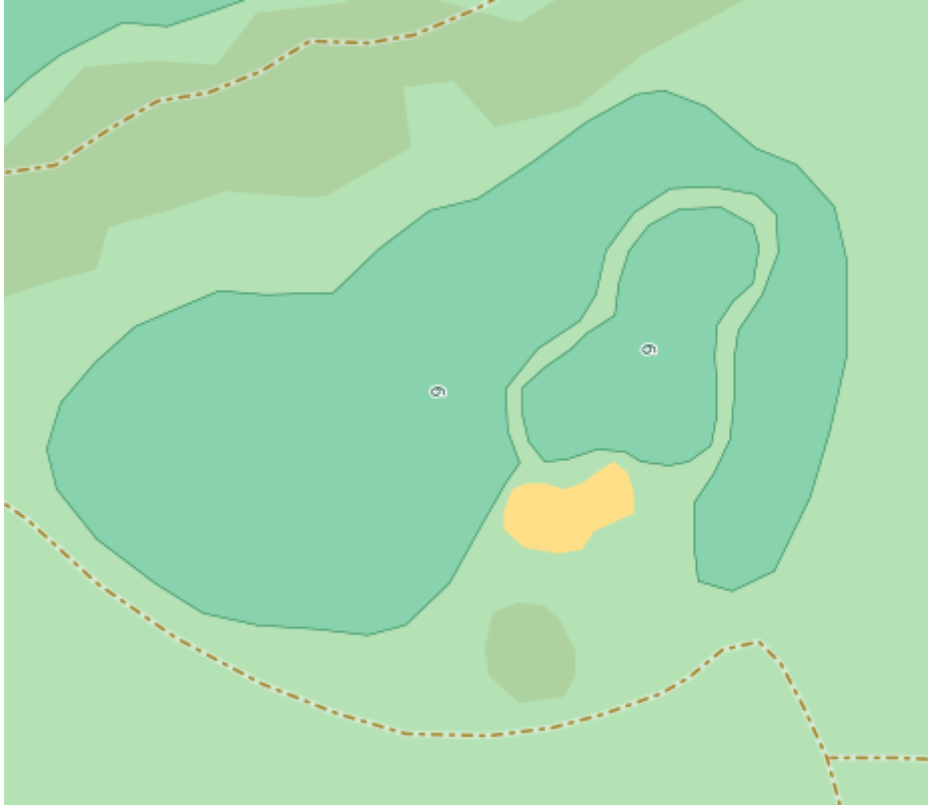


Figura 14 Plànol del green sisè. Escala 1:850

Exercici 330. (Plaques solars) Volem estalviar-nos alguns doblers a la factura de la llum i decidim instal·lar plaques solars a la taulada de ca nostra, de la qual tenim una maqueta feta a escala 1:150 (figura 15). Les plaques solars que hem triat tenen les característiques següents (figura 16):

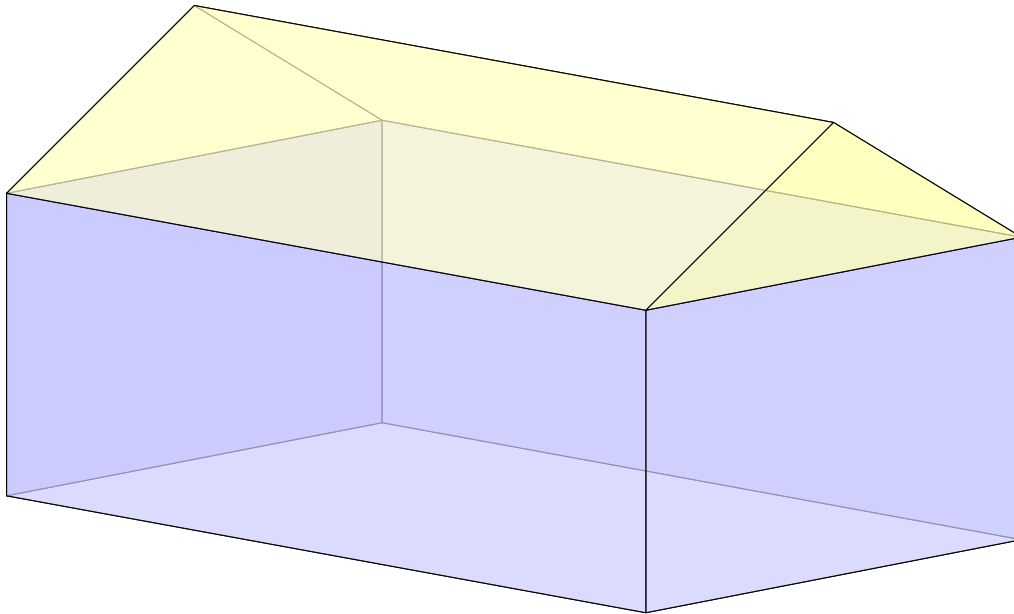


Figura 15 Plànol de la casa en tres dimensions

Model	Mesures	Pes	Preu
Atersa A-150P	1476 × 659 × 35 mm	11,9 kg	259 €

Figura 16 Característiques del mòdul fotovoltaic

- Què ens costarà el muntatge?
- Si la taulada pot suportar un total de dues tonelades, aguantarà el pes de les plaques?

Exercici 331. Si el plànol d'aquesta casa està a escala 1:150 (figura 17), quina superfície té el balcó?

Exercici 332. Sabem que la llargària d'aquesta casa és de 15 metres (figura 18). Podeu calcular la superfície dels dormitoris?

Exercici 333. (Central Park) Una empresa immobiliària proposa a l'ajuntament de Nova York requalificar Central Park (figura 19) com a zona edificable i vendre-la-li a canvi de 1000 milions de dòlars. Acceptaríeu la proposta?

Podeu suposar que el preu de venda del metre quadrat és de 22.000 €/m² i que podeu fer 10 pisos d'alçada [1].

Exercici 334. Durant l'estiu el golf de Son Quint (figura 20) ha patit una seriosa sequera i s'han dessecat els llacs artificials, de 10 metres de profunditat. A l'hivern els responsables del golf decideixen tornar a omplir-los. Quina quantitat d'aigua necessiten?

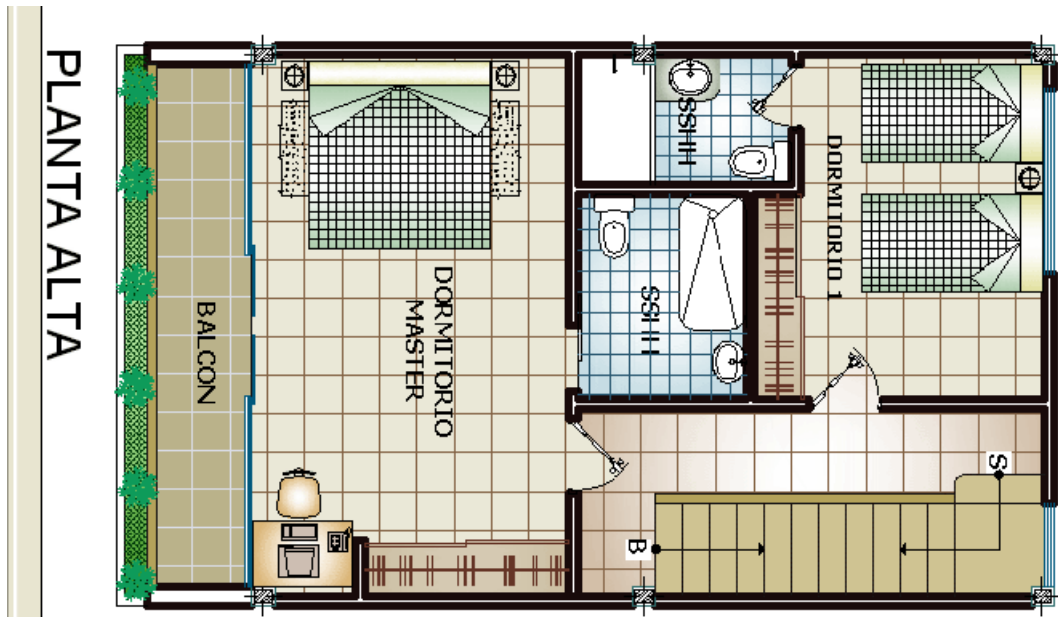


Figura 17 Plànol del primer pis d'una propietat immobiliària (escala 1:150)



Figura 18 Plànol d'un pis

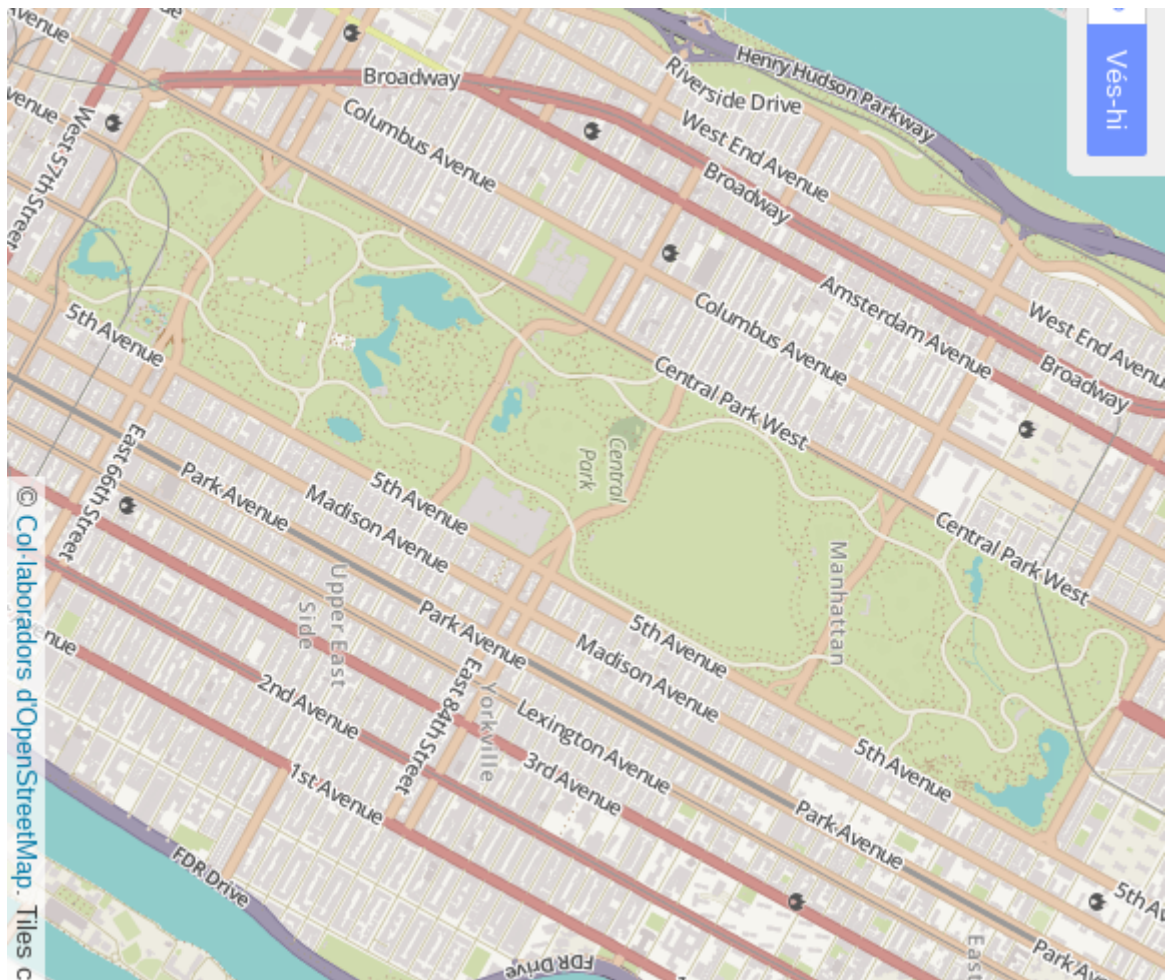


Figura 19 Plànol de Central Park, Manhattan, Nova York. Escala 1:25.000

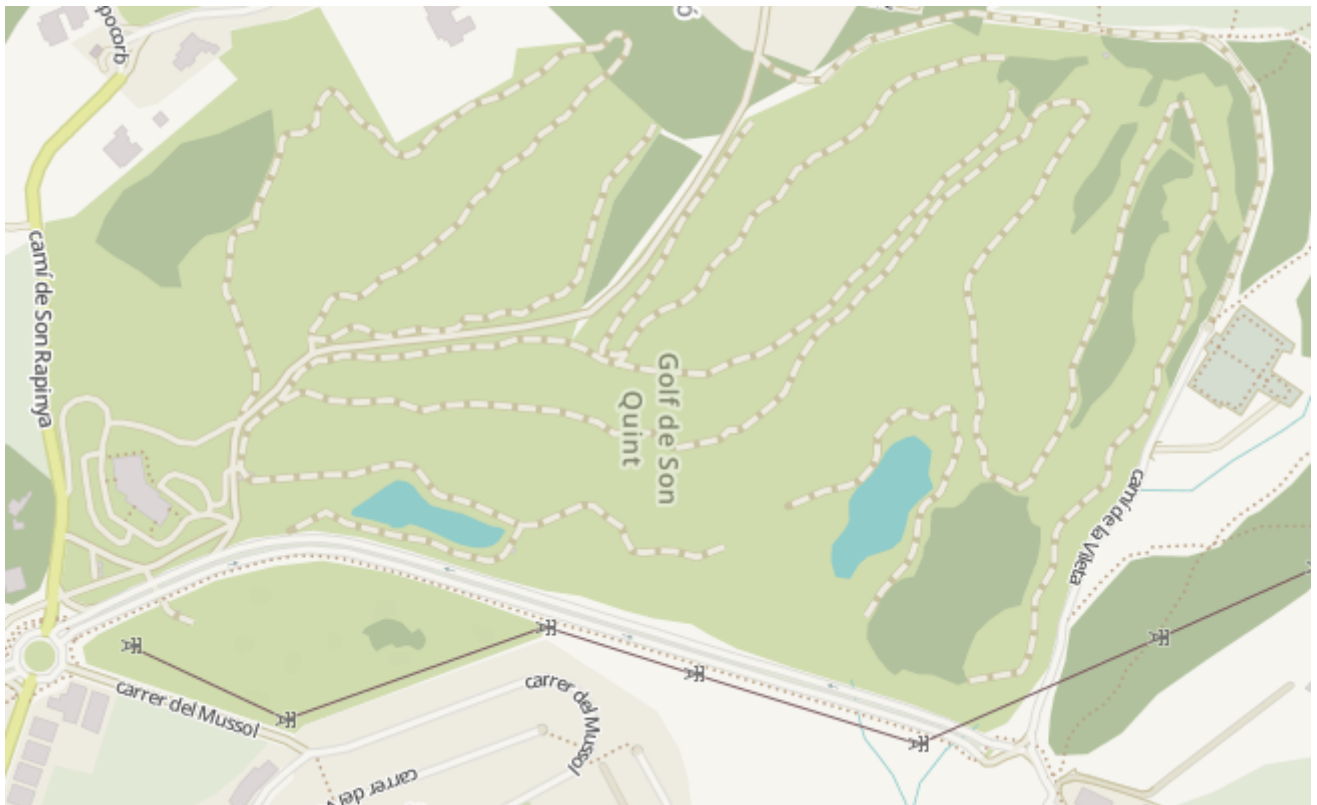


Figura 20 Plànol del Golf de Son Quint. Escala 1:7.000

1. Exercici 326: L’escala és 1:106.382
-

3.1 Teorema de Tales

SEMBLANÇA

Dues figures són *semblants* si tenen la mateixa forma però una mida diferent. Això vol dir que dues figures poden ser de mida molt diferent però semblants. Contràriament, dues figures poden tenir les mides iguals però que la seva forma estigui deformada

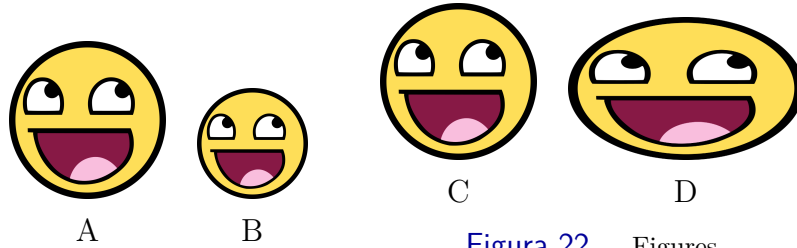
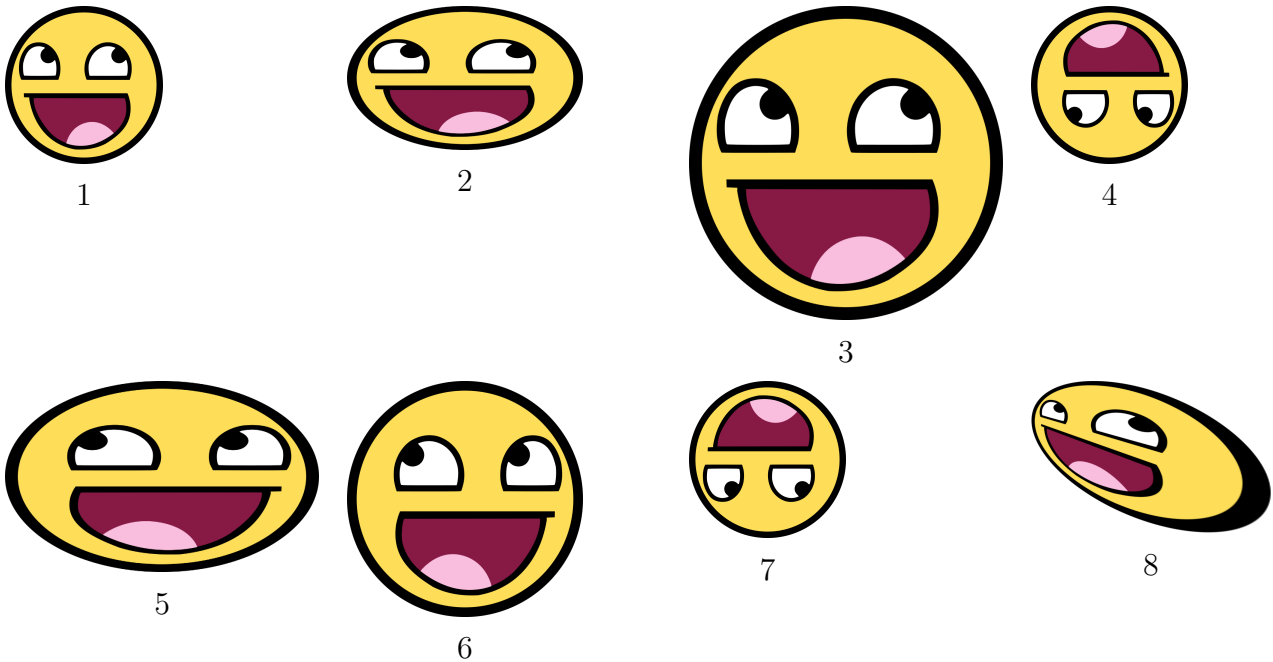


Figura 21 Figures semblants

Figura 22 Figures NO semblants

Exercici 335. Quines d'aquestes figures vos pareixen semblants:





9



10



11



12

FIGURA

FIGURES SEMBLANTS

_____ ⇒

_____ ⇒

_____ ⇒

_____ ⇒

_____ ⇒

_____ ⇒

FIGURES SEMBLANTS

- Dues figures són semblants si una és *l'ampliació o reducció de l'altra*. És a dir, si prenem dos punts qualssevol A, B de la primera figura, els punts corresponents A', B' (que també s'anomenen *homòlegs*) de la segona figura satisfan que els segments $\overline{A'B'}$ i \overline{AB} són proporcionals.

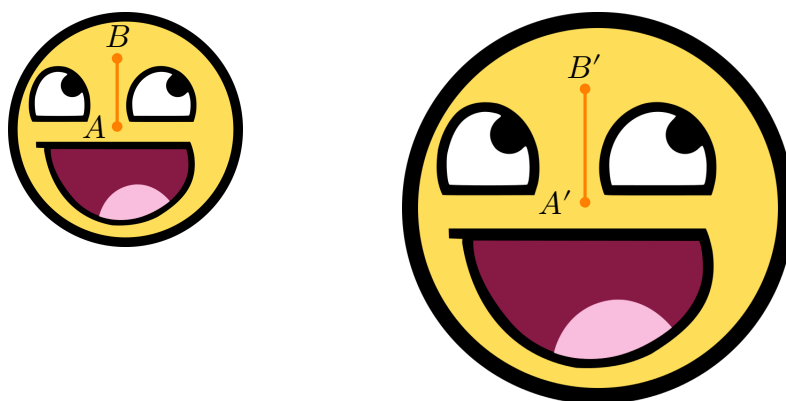
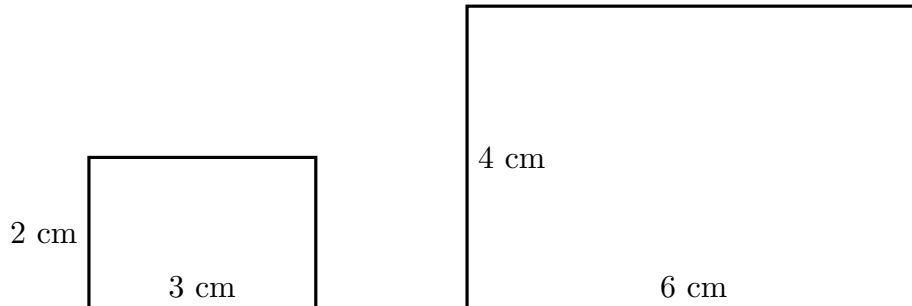


Figura 23 Semblança

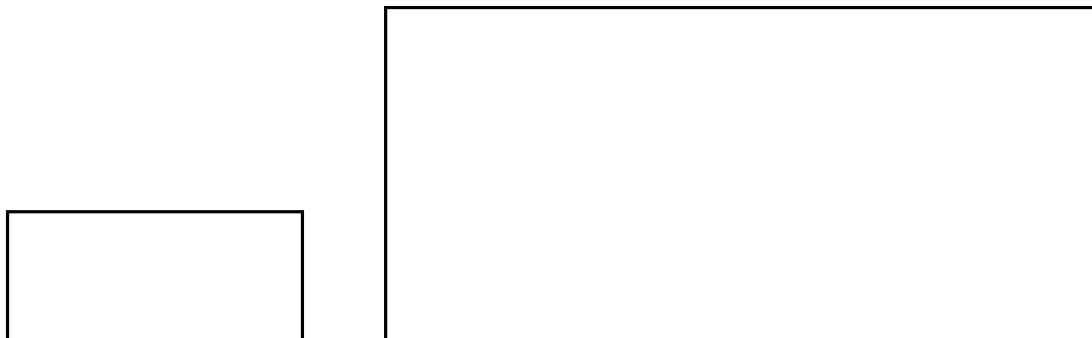
Per exemple una fotografia és una figura semblant a la realitat, una fotocòpia és una figura semblant del paper original, etc.

- Quan això passa, la *raó de semblança* és la divisió entre segments homòlegs (independentment dels segments que es prenguin).
- Per a comprovar si dues figures són semblants o no, en teoria, s'han de dividir tots els segments homòlegs i veure si totes les divisions són iguals o no. En el cas de ser-ho, seran figures semblants. En cas contrari, no ho seran.
- Pels políedres aquest criteri es pot simplificar *una mica*: dos políedres són semblants si les seves arestes són proporcionals. En aquest cas, els angles que formen les arestes són iguals. De forma contrària, si tots els angles són iguals, els políedres també són semblants.
- Noteu que un mapa no és res més que una figura semblant de la realitat i que l'escala dels mapes no és res més que una raó de semblança entre els objectes del mapa i els de la realitat.
- Moltes vegades, el terme *escala* i *raó de semblança* es consideren sinònims.

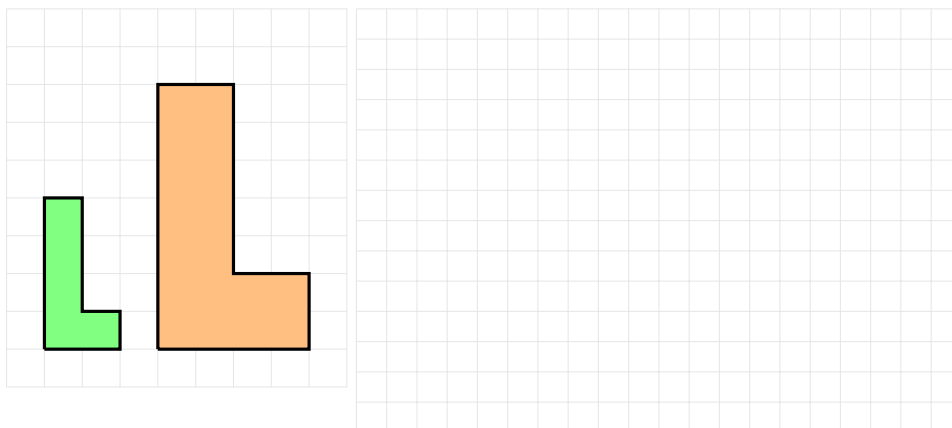
Exercici 336. Són semblants els rectangles següents? En cas de ser-ho, quina és la seva raó de semblança?



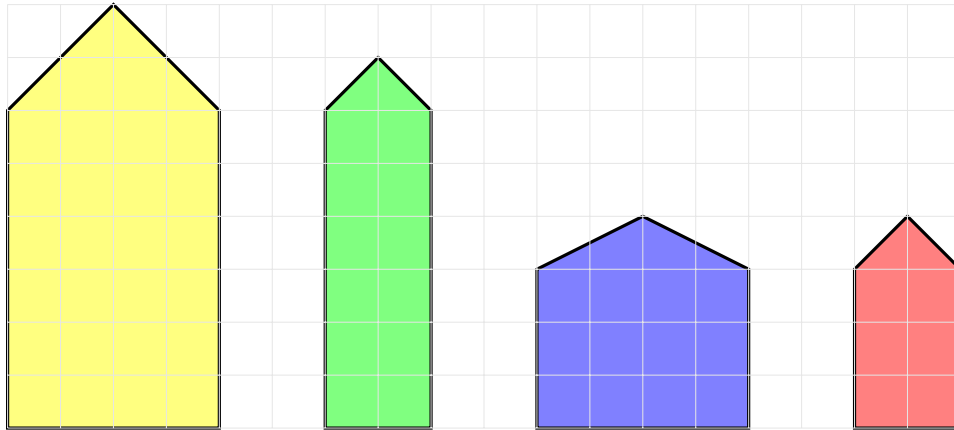
Exercici 337. Preneu mides amb un regle dels rectangles següents i digueu si són semblants.



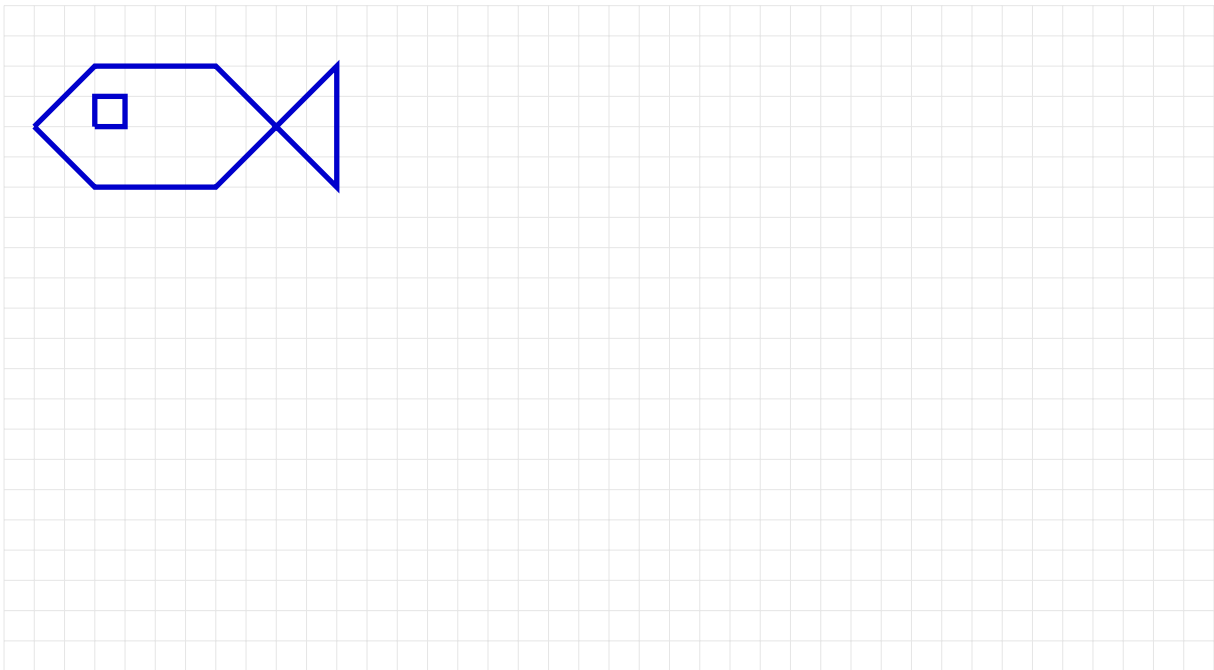
Exercici 338. Modifiqueu aquestes figures per a què siguin semblants.



Exercici 339. Quines figures són semblants? Calculeu la seva raó de semblança.



Exercici 340. Feis una figura el triple de gran del dibuix que hi ha dibuixat.



La figura resultant és semblant? Per què?

Exercici 341. Dibuixeu dos triangles la raó de semblança dels quals sigui $1/2$

Exercici 342. Si els costats d'un triangle mesuren respectivament 12, 5, i 7,5 cm, quant mesuraran els costats d'un altre triangle semblant si la raó de semblança del segon respecte del primer és $1/3$? I si la raó de semblança fos de 3?

Exercici 343. Dibuixeu dos triangles equilàters de 5 i 8 cm de costat, respectivament.

- Són semblants?
- En cas afirmatiu, calculeu la raó de semblança

Exercici 344. Els costats d'un triangle fan 9, 12 i 15 cm, respectivament. Trobeu els costats d'un altre triangle semblant sabent que el costat més gran fa 24 cm.

Exercici 345. Trobeu quines llaunes d'aquests refrescs de cola són o no semblants. Trobeu la raó de semblança de cadascuna.



1



2



3



4



5



6



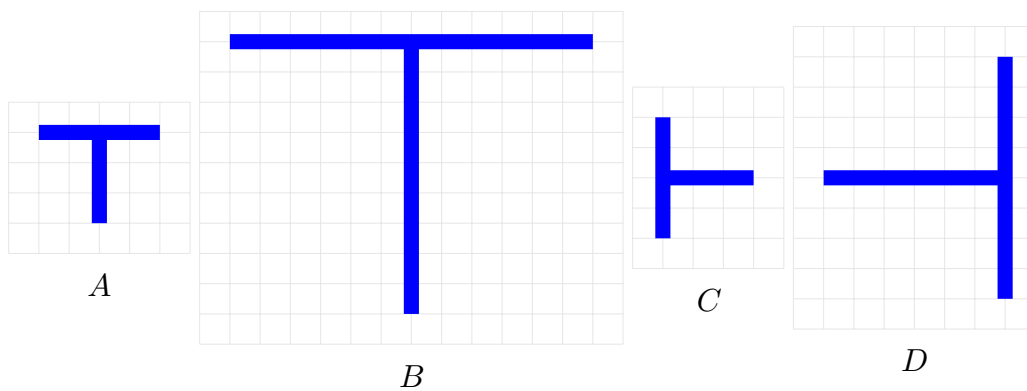
7



8

FIGURA	⇒	RAÓ DE SEMBLANÇA
_____	⇒	_____
_____	⇒	_____
_____	⇒	_____
_____	⇒	_____
_____	⇒	_____
_____	⇒	_____

Exercici 346. A quina escala s'ha fet la reproducció de la lletra "T" en cada cas?

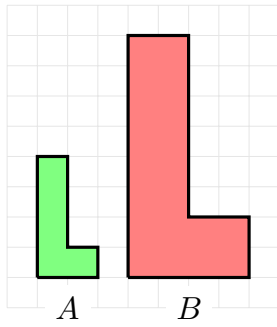


Exercici 347. Una fotografia de 9 cm d'amplada i 6 cm d'alçada té al voltant un marc de 2,5 cm d'ample. Són semblants els rectangles interior i exterior del marc?

Exercici 348. Els costats d'un triangle fan 18, 24 i 32 cm, respectivament. Trobeu els costats d'un altre triangle semblant sabent que el més petit fa 24 cm.

Exercici 349. Quant faran els costats i el perímetre d'un triangle semblant a un altre de costats 36, 42 i 54 mm, respectivament, si la raó de semblança és de 5?

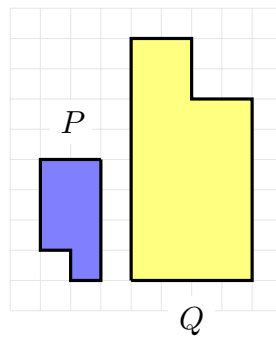
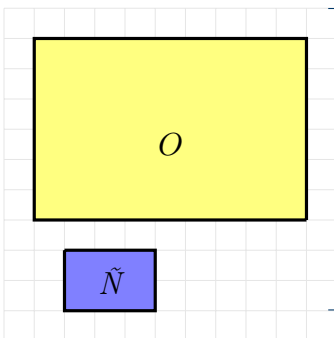
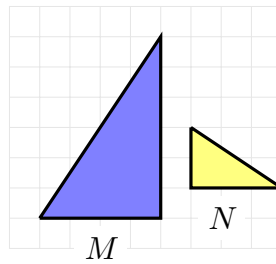
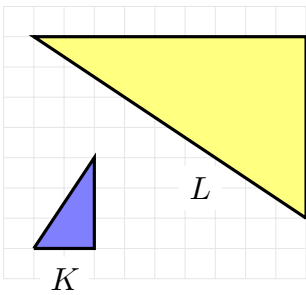
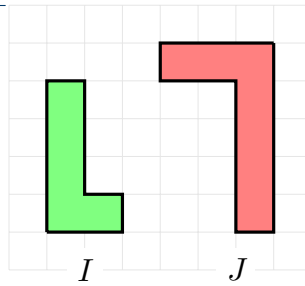
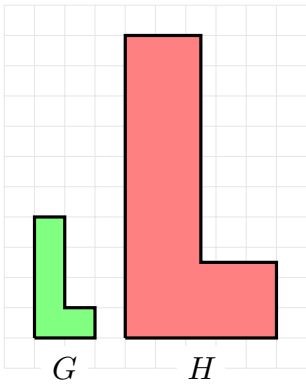
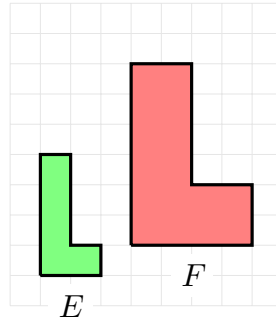
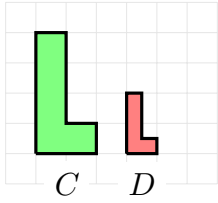
Exercici 350. Quins parells de figures són semblants? Per què?



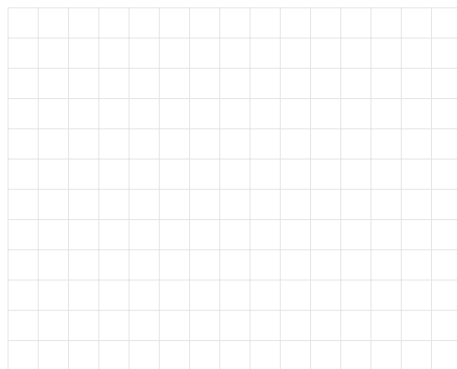
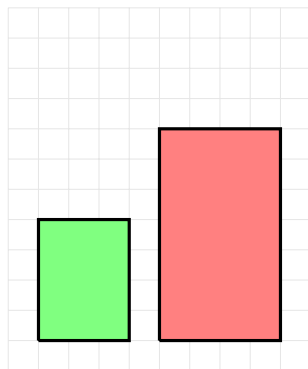
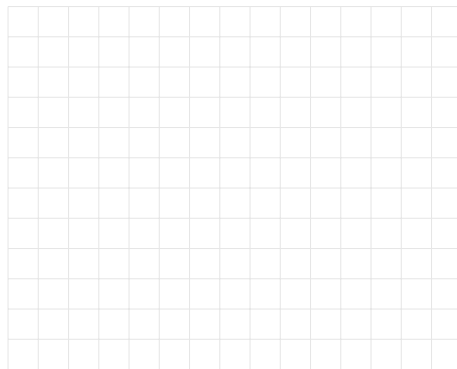
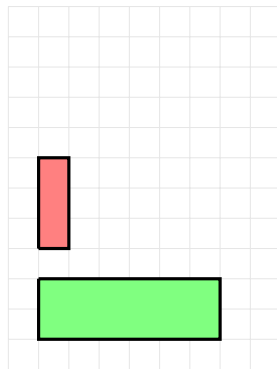
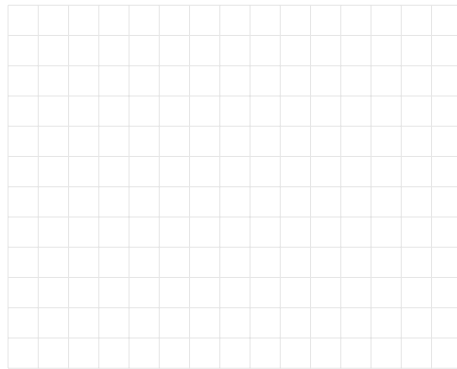
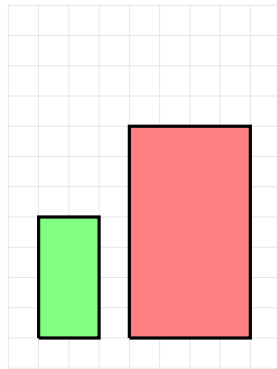
$$\text{raó de l'amplada} = \frac{\text{amplada de } B}{\text{amplada de } A} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\text{raó de l'altura} = \frac{\text{altura de } B}{\text{altura de } A} = \frac{8}{4} = 2$$

SÓN IGUALS \Rightarrow SÓN
SEMBLANTS $\Rightarrow A \cong B$



Exercici 351. Modifiqueu els rectangles següents per a què siguin semblants



Exercici 352. Calculeu les dimensions d'un rectangle la diagonal del qual fa 75 cm si és semblant a un altre rectangle els costats del qual fan 36 i 48 m.

Exercici 353. Indiqueu si són semblants dos triangles amb les mesures següents: els costats de l'un fan 10 cm, 7 cm i 6 cm, i els de l'altre, 20 cm, 14 cm i 32 cm.

HOMOTÈCIES

Donat un punt O i un nombre positiu r , una *homotècia de centre O i raó r* és una transformació geomètrica tal que per a cada punt A li feim correspondre el punt A' de manera que la longitud del segment OA' és igual a r per la longitud del segment OA , és a dir,

$$|\overline{OA'}| = r|\overline{OA}|$$

- Quan $r > 1$, obtenim una ampliació
- Quan $r = 1$, obtenim una còpia de la figura original
- Quan $r < 1$, obtenim una reducció

Les homotècies s'utilitzen, per exemple, per obtenir figures homòlegs si no disposam de cap quadrícula.

Exemple 3. Aquí tenim l'homotècia de centre O i raó 3 (figura 24), que consisteix en doblar el triangle ABC a partir d' O .

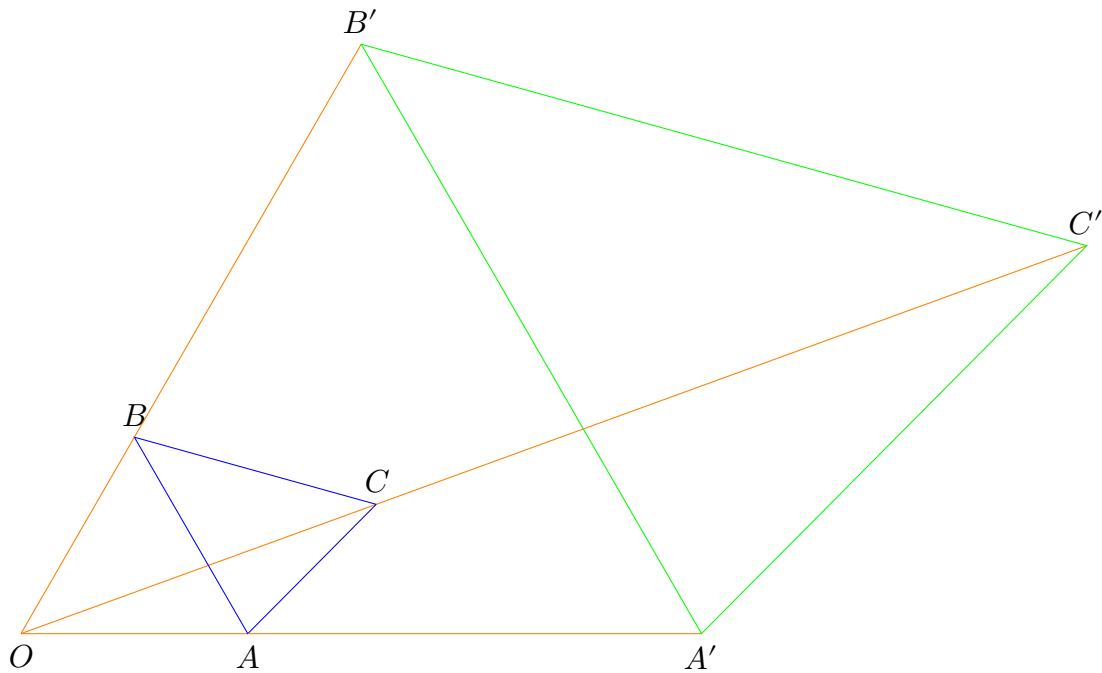


Figura 24 Homotècia de centre O i raó 3

Exercici 354. Trobeu figures semblants fent servir homotècies de raó i centre especificats.

a) Centre O i raó 2 (figura 25).

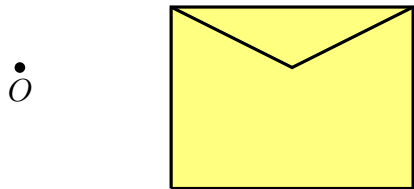
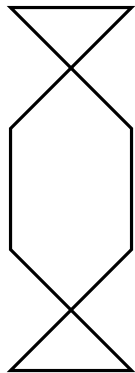


Figura 25 Homotècies de centre O i raó 2

b) Centre A i raó $\frac{1}{2}$ (figura 26)



\dot{A}

Figura 26 Homotècia de centre A i raó $1/2$

3.1.4 Teorema de Tales

Exercici 355. Determineu, sense fer servir el regle, la longitud dels segments que falten mitjançant el teorema de Tales.

a) $\overline{OA} = 4,2$ cm, $\overline{AB} = 3$ cm, $\overline{OA'} = 3,4$ cm, $\overline{OC} = 11,9$ cm.

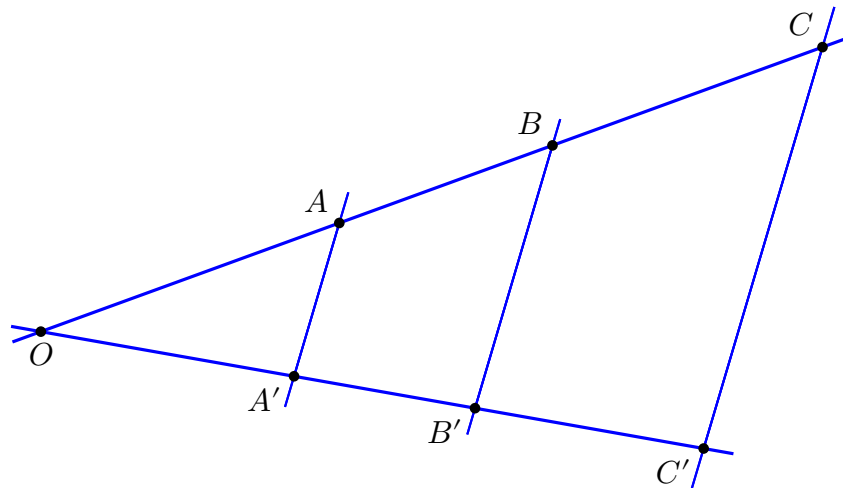


Figura 3.27 Figura a

b) $\overline{OB} = 7,8$ cm, $\overline{OC} = 12,3$ cm, $\overline{OB'} = 8,3$ cm, $\overline{B'C'} = 4,7$ cm, $\overline{OA} = 4,7$ cm. Determineu primer $\overline{OC'}$, \overline{BC} i $\overline{OA'}$.

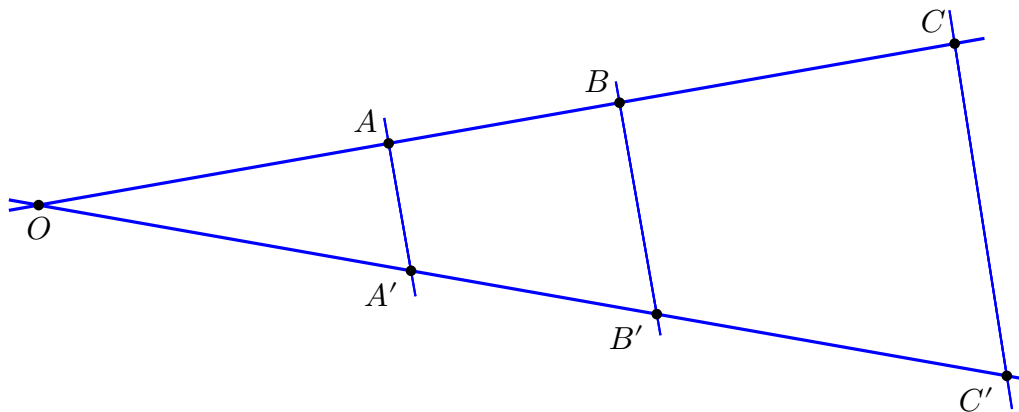


Figura 3.28 Figura b

c) $\overline{OA'} = 3,5$ cm, $\overline{A'B'} = 4,3$ cm, $\overline{AB} = 6,3$ cm, $\overline{B'C'} = 2,2$ cm.

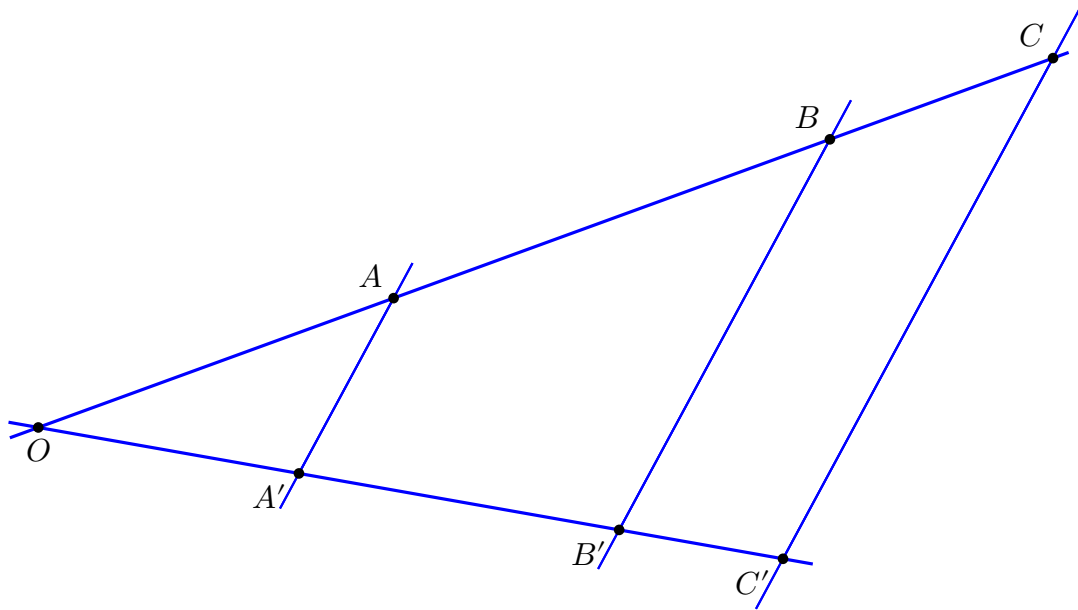


Figura 3.29 Figura c

d) $\overline{B'D'} = 7,1$ cm, $\overline{A'C'} = 8,1$ cm, $\overline{AB} = 3,9$ cm, $\overline{BD} = 5,8$ cm, $\overline{OA} = 5,1$ cm.

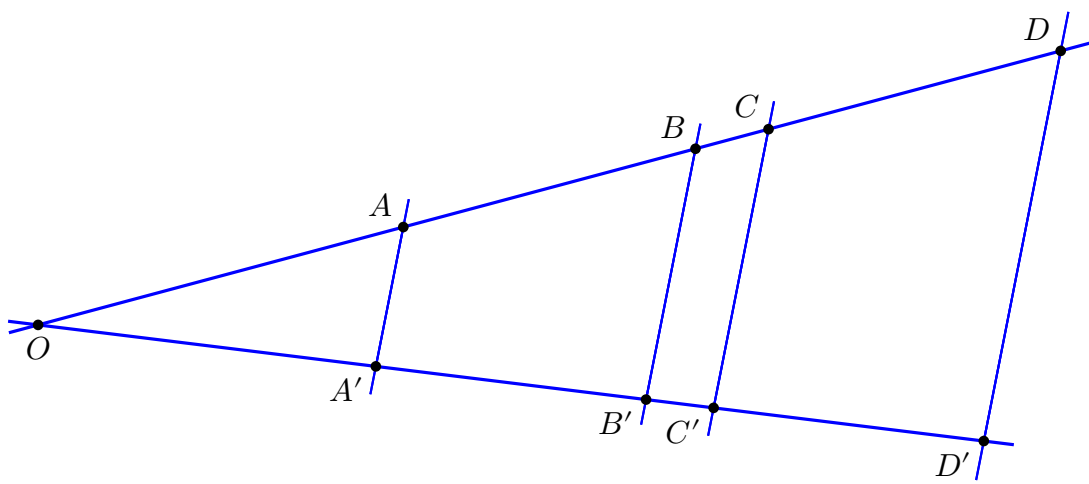


Figura 3.30 Figura d

e) $\overline{A'C'} = 7,2$ cm, $\overline{OA} = 4,5$ cm, $\overline{CD} = 4,4$ cm, $\overline{B'D'} = 6,7$ cm, $\overline{AC} = 7,6$ cm.

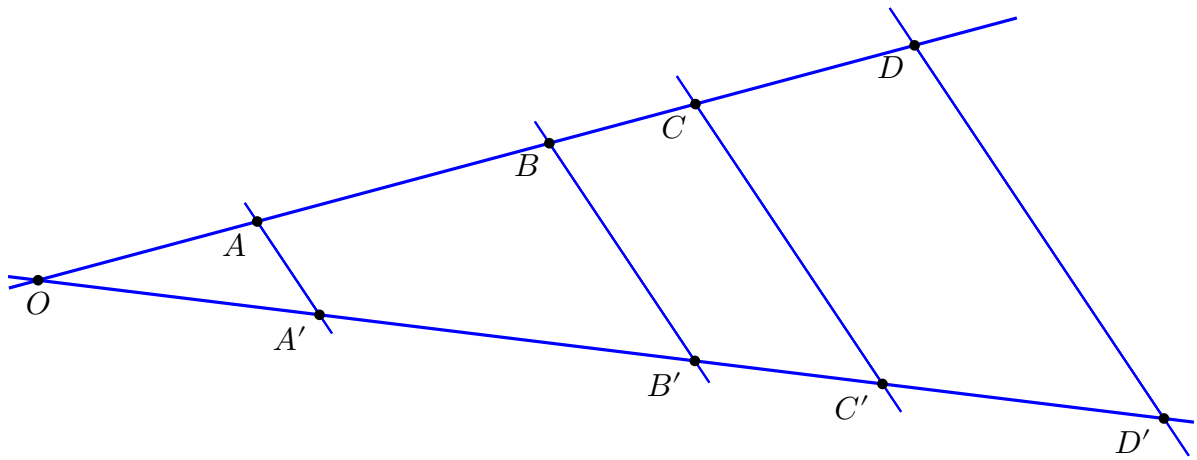


Figura 3.31 Figura e

f) $\overline{BD} = 4,6$ cm, $\overline{AB} = 3,1$ cm, $\overline{B'D'} = 5,9$ cm, $\overline{OB'} = 9,5$ cm, $\overline{CD} = 2,4$ cm.

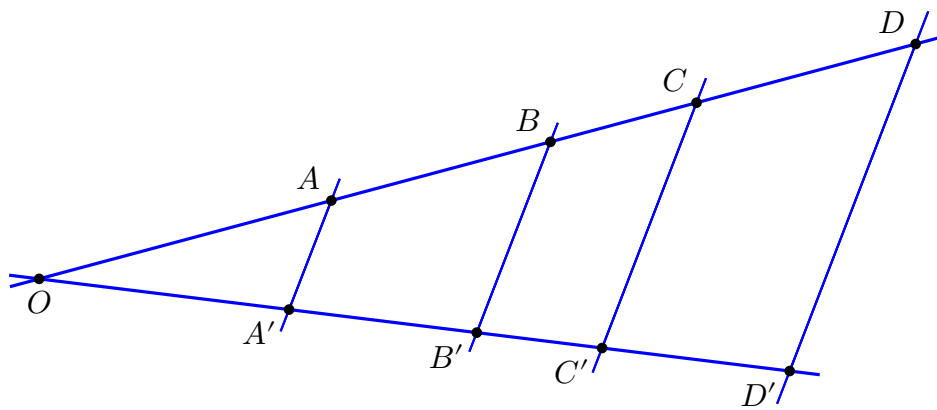
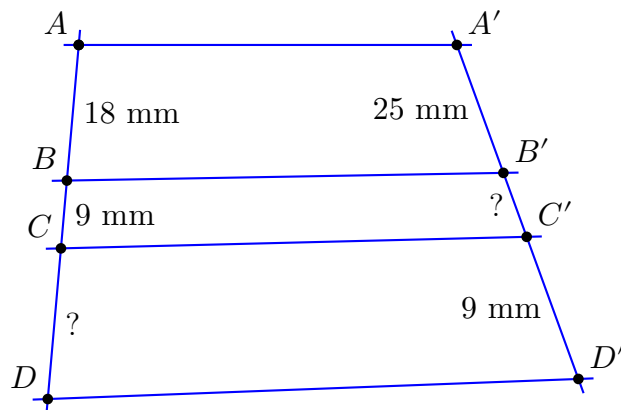


Figura 3.32 Figura f

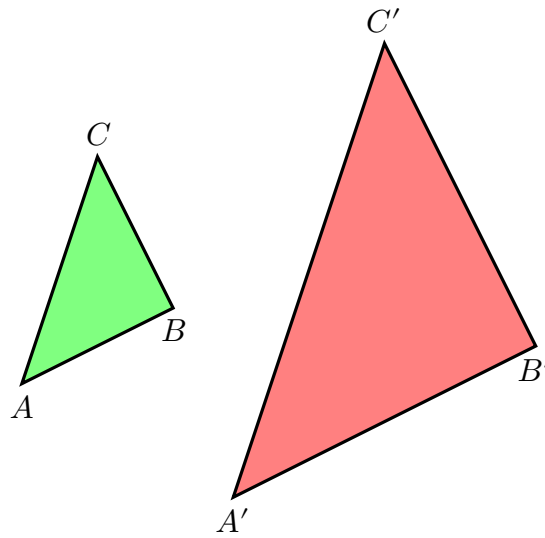
Exercici 356. Trobeu les dades que falten



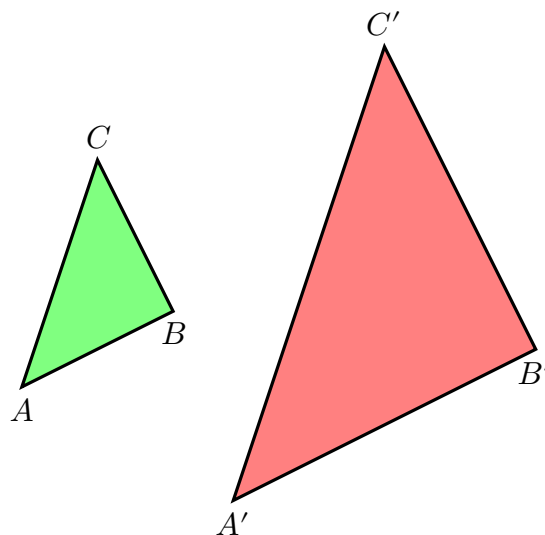
Exercici 357. Calculeu l'altura d'una muntanya a partir de les dades següents: Des d'un vaixell es calcula que la distància del cim de la muntanya és de 4525 m, amb un angle α que forma la visual sobre l'horitzó. Sobre un paper es dibuixa un triangle rectangle $\triangle ABC$, que té α com un dels angles aguts. El catet \overline{BC} mesura 21 cm i la hipotenusa \overline{AC} , 83 cm.

Exercici 358. Trobeu la longitud dels costats que falten:

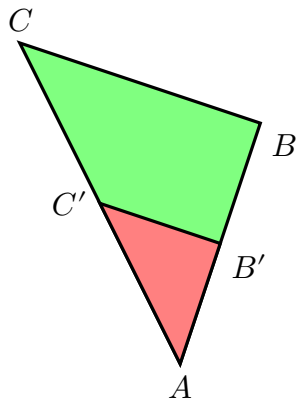
a) $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 3$, $\overline{B'C'} = 6$.



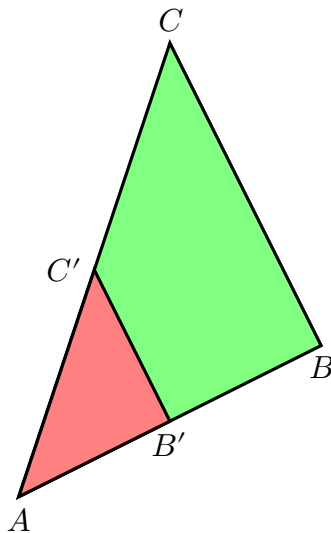
b) $\overline{A'C'} = 2$, $\overline{AC} = 3$, $\overline{A'B'} = 3$.



c) $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 3$, $\overline{B'C'} = 6$.



d) $\overline{AC} = 3$, $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{B'C'} = 10$.



Exercici 359. Trobeu les mesures dels costats que falten.

a) $\overline{OA} = 7,2$, $\overline{OA'} = 5,34$, $\overline{OB} = 12$, $\overline{D'C'} = 3,56$

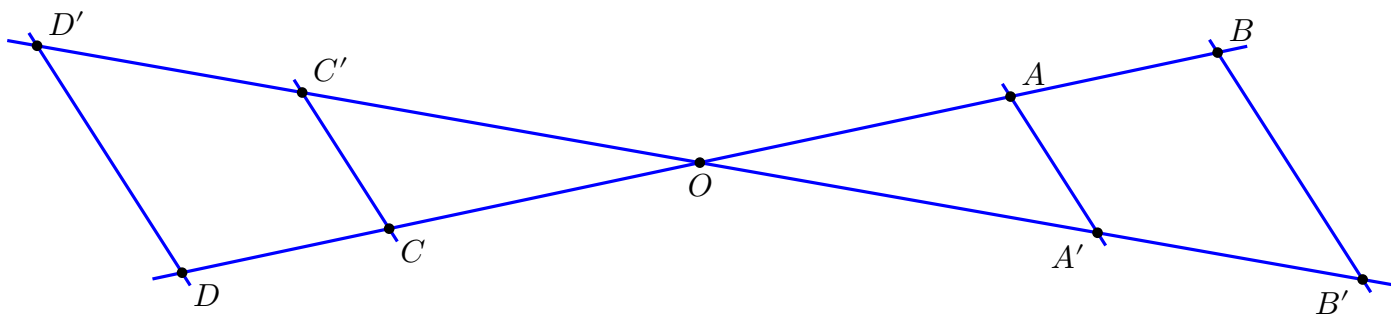


Figura 3.33 Figura a

b) $\overline{OA} = 4$, $\overline{OA''} = 5$, $\overline{A'B'} = 2,25$, $\overline{A''C''} = 6,25$, $\overline{BC} = 2$, $\overline{C'D'} = 2,25$

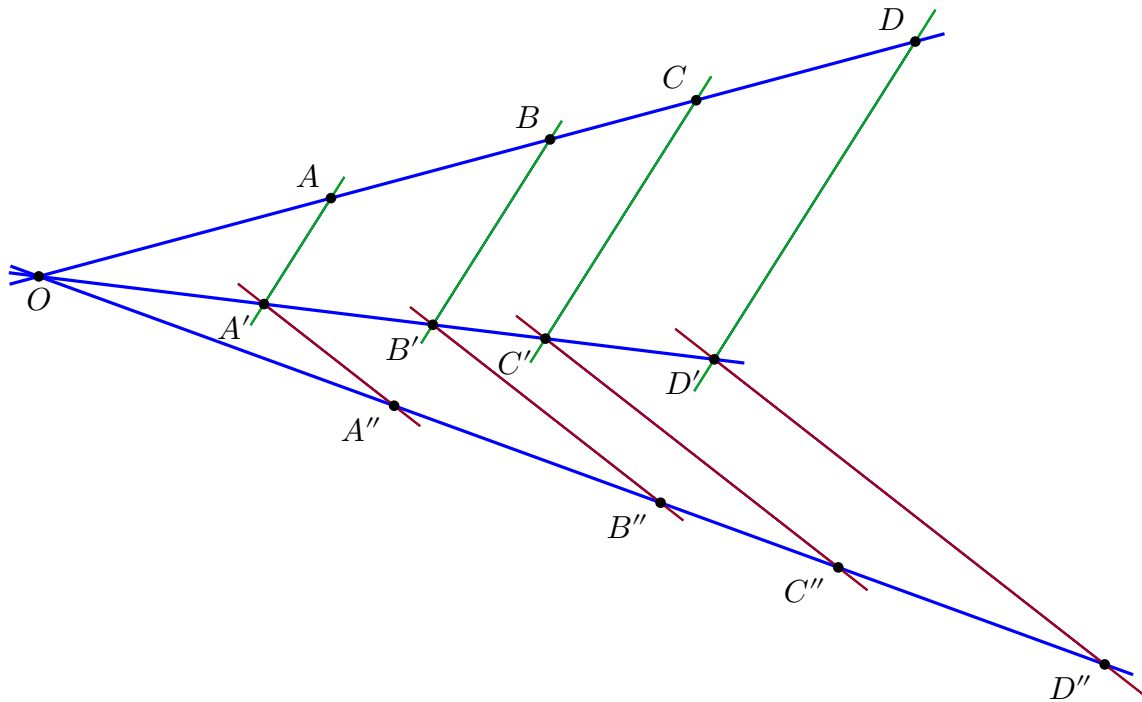


Figura 3.34 Figura b

- c) $\overline{OA} = 4,2$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{A'B'} = 2,43$, $\overline{B'C'} = 3,07$, $\overline{CD} = 1,2$, $\overline{DO'} = 4,8$, $\overline{D'O'} = 2,07$,
 $\overline{D'E'} = 1,25$, $\overline{EO'} = 0,92$

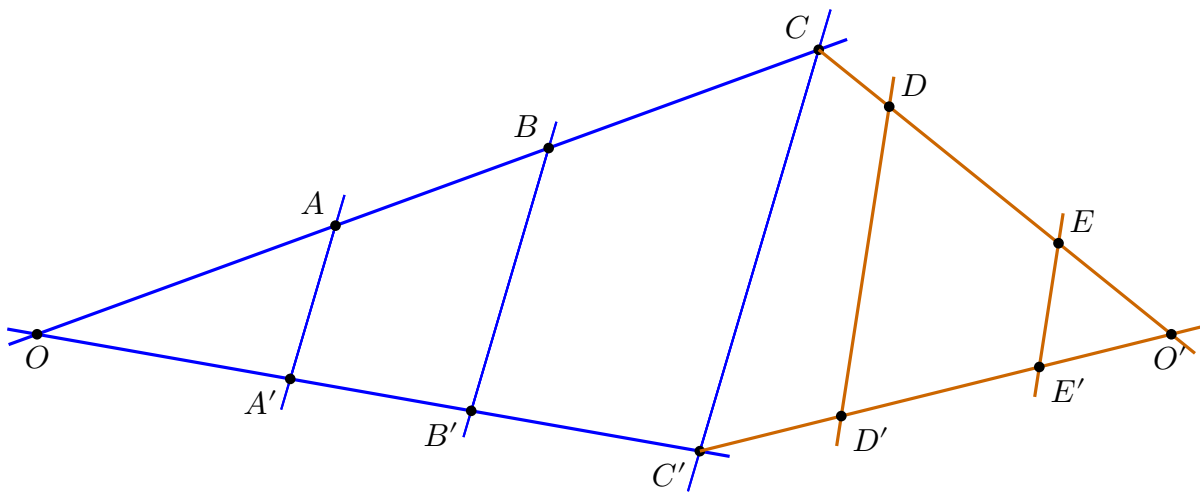


Figura 3.35 Figura c

1. Exercici 355

- a) $\overline{BC} = 4,7$ cm, $\overline{A'B'} \simeq 2,43$ cm, $\overline{B'C'} = 3,80$ cm
- b) $\overline{AB} = 3,1$ cm, $\overline{BC} = 4,5$ cm, $\overline{OA'} \simeq 4,91$ cm, $\overline{A'B'} \simeq 3,24$ cm
- c) $\overline{AB} = 7,74$ cm, $\overline{BC} = 3,96$ cm
- d) $\overline{OA'} \simeq 6,24$ cm, $\overline{A'B'} \simeq 4,77$ cm, $\overline{B'C'} \simeq 3,33$ cm, $\overline{C'D'} \simeq 3,77$ cm, $\overline{BC} \simeq 2,72$ cm, $\overline{CD} \simeq 3,08$ cm
- e) $\overline{OA'} = 3,08$ cm, $\overline{C'D'} \simeq 4,17$ cm, $\overline{B'C'} \simeq 2,53$ cm, $\overline{A'B'} \simeq 4,67$ cm, $\overline{AB} \simeq 4,93$ cm, $\overline{BC} \simeq 2,67$ cm
- f) $\overline{BC} = 2,2$ cm, $\overline{OA} \simeq 4,31$ cm, $\overline{OA'} = 5,53$ cm, $\overline{B'C'} = 2,82$ cm, $\overline{A'B'} \simeq 3,97$ cm, $\overline{C'D'} \simeq 3,08$ cm

2. Exercici 359

- a) $\overline{OC'} = 5,34$, $\overline{CD} = 2,8$, $\overline{OC} = 4,2$, $\overline{AB} = 4,8$, $\overline{A'B'} = 3,56$
 - b) $\overline{OA'} = 3$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{A''B''} = 3,75$, $\overline{B'C'} = 1,5$, $\overline{B''C''} = 2,5$, $\overline{CD} = 3$, $\overline{C''D''} = 3,75$
 - c) $\overline{OA'} = 3,4$, $\overline{BC} = 3,8$, $\overline{C'D'} = 0,89$, $\overline{DE} = 3,88$, $\overline{E'O} = 0,82$
-

3.1.5 Hipsòmetre

Activitat 360. (Ús de l'hipsòmetre) Amb l'ajuda del Teorema de Tales podem mesurar l'altura d'objectes inabastables, com una farola o un edifici.

- Podem fer servir l'*hipsòmetre* (vegeu la pàgina a continuació)
- Podeu fer servir l'informe d'activitat proposat

Materials necessaris:

- Cinta mètrica
- Regle de 30 cm
- Fil i un objecte que es pugui fermar, el qual es farà servir de plomada (per exemple, una agulla o un xiclet)
- Llapis i paper

Hipsòmetre

CC-BY somenxavier@gmail.com

Referències

- Anton Aubanell. [Fitxa 25](#)
- Transportador d'angles @ [Wikipedia](#)

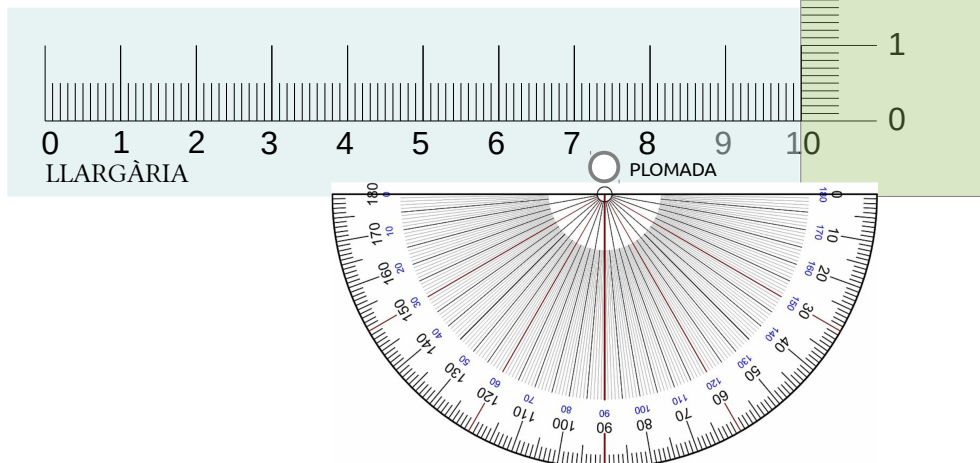
Característiques

Escala: 1:1

Inclinació màxima: 61° aprox.

Instruccions

- Imprimir la pàgina
- Plastificar-la
- Foradar el lloc de la plomada
- Passa un fil amb un pes
- Per prendre mesures, substituir el punter làser de la F25 per un regle prou llarg (≥ 22 cm)



INFORME DE MESURA AMB L'HIPSÒMETRE

Grup

Alumne/a	Nom
Número 1	
Número 2	

Dades de l'entorn

Camp	Valor
Lloc	
Data	
Objecte a mesurar	

Longituds conegudes

Vegeu la figura 36.

Longitud	Valor
Llargària hipsòmetre (segment \overline{AB})	
Altura de l'objecte sobre l'hipsòmetre (segment \overline{BC})	
Distància entre nosaltres i l'objecte a mesurar (segment $\overline{AB'}$)	

Càlcul de la longitud desconeguda

Longitud	Valor
<p>Alçada relativa de l'objecte a <u>mesurar</u> (segment $B'C'$).</p> <p>(Apliqueu el teorema de Tales)</p>	
<p>Alçada absoluta de l'objecte a <u>mesurar</u> (segment $B'C'$ més l'altura a la qual està l'hipsòmetre)</p>	

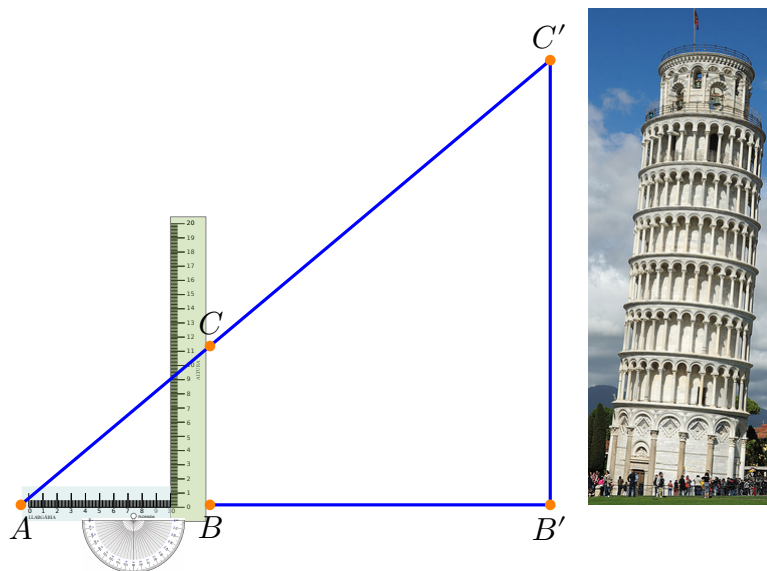


Figura 36 Representació de les longituds conegudes i desconegudes

Exercici 361. Calculeu l'altura d'un xiprer que projecta una ombra de 5 metres sabent que, en el mateix moment, un castanyer petit, d'1,8 m d'altura, projecta una ombra de 60 cm.

Exercici 362. Què fa l'altura d'una torre que projecta una ombra de 18,5 m si sabem que, en el mateix moment, un arbre de 3,5 m d'altura projecta una ombra de 0,75 m.

Exercici 363. (L'escala) Volem construir una escala triangular, a partir de dos pals de fusta de 2 metres de llarg cadascun (figura 37). L'únic que sabem és que la separació entre els dos pals és de 1,5 metres a la base i que tindrà escalons cada 30 cm. Quina amplada tendran aquests escalons?

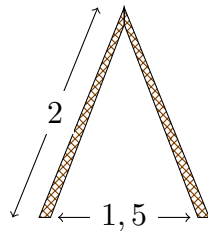


Figura 37 Esquema de l'escala triangular

Exercici 364. (Tallar el pastís) Tenim un triangle equilàter de costat 10 cm. El volem tallar amb un sol tall recte paral·lel a la seva base (figura 38). A quina distància de la base hem de fer el tall per a què les àrees resultants siguin iguals?

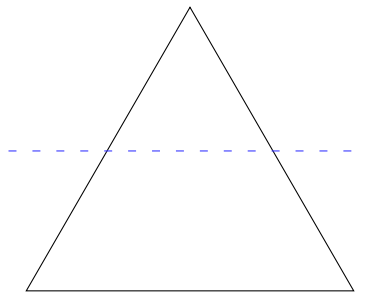


Figura 38 Tall paral·lel a la base

4 Teorema de Pitàgores i cossos geomètrics

4.1 Teorema de Pitàgores

4.1.1 Tipus de figures planes

Existeixen diversos tipus de figures planes. Les més usuals són les següents (figura 4.1).

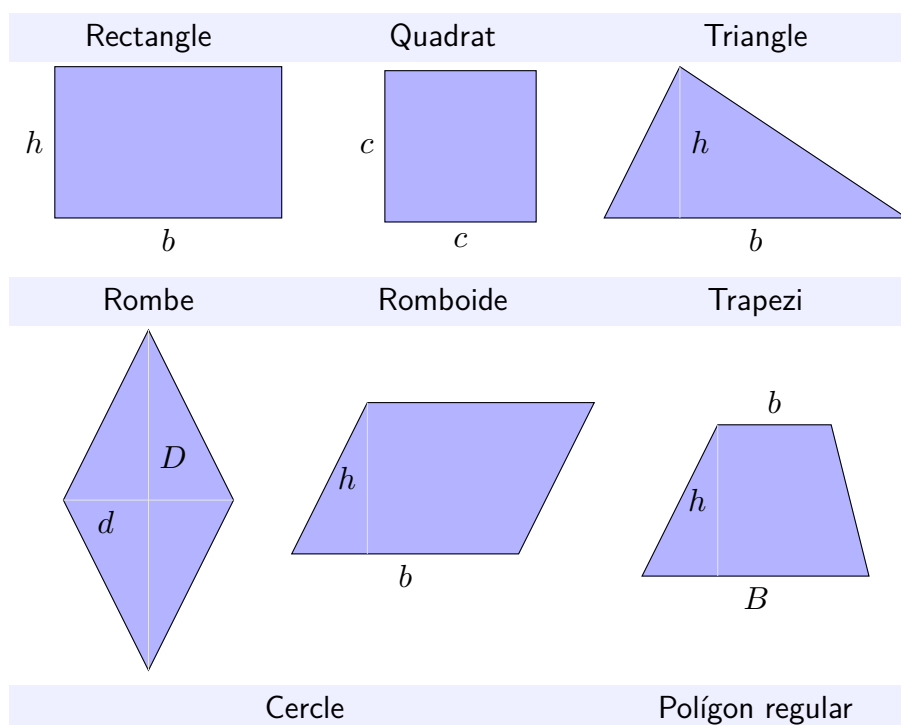


Figura 4.1a Àrees de les figures planes més usuals

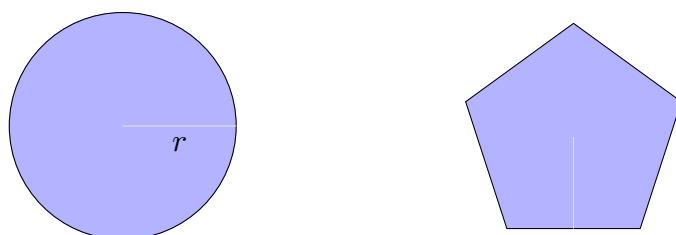


Figura 4.1b Àrees de les figures planes més usuals

Les fórmules de les àrees d'aquestes figures són les següents (figura 4.2).

Figura	Àrea	Figura	Àrea
Rectangle	$A = b \cdot h$	Quadrat	$A = c \cdot c = c^2$
Triangle	$A = \frac{b \cdot h}{2}$	Rombe	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
Romboide	$A = b \cdot h$	Trapezi	$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$
Cercle	$A = \pi \cdot r^2$	Polígon regular	$A = \frac{P \cdot a}{2}$

Figura 4.2 Àrea de les figures més usuals

Exercici 365. No fa falta saber la fórmula de totes les figures, ja que sempre es poden reduir a unions de rectangles i triangles. Ho podíeu demostrar? Podeu deduir les fórmules de cadascuna de les figures anteriors? Podeu usar tisores i cinta adhesiva.

4.1.2 Tipus de triangles

Existeixen diversos tipus de triangles, segons els costats o segons els angles que els formen (figura 4.3).

Segons els costats	Segons els angles
Equilàter: té tots els costats iguals	Acutangle: té tots els angles aguts
Isòsceles: té dos costats iguals i un diferent	Rectangle: té un angle recte
Escalè: té tots els costats diferents	Obtusangle: té un angle obtús

Figura 4.3 Classificació dels triangles

Exercici 366. Podíeu posar exemples de triangles a les categories anteriors? Quina relació hi ha entre aquestes categories? Podeu saber si un triangle pot pertànyer a dues categories alhora?

Al llarg d'aquest apartat ens ocuparem del triangles rectangles. Els costats dels triangles rectangles tenen noms particulars:

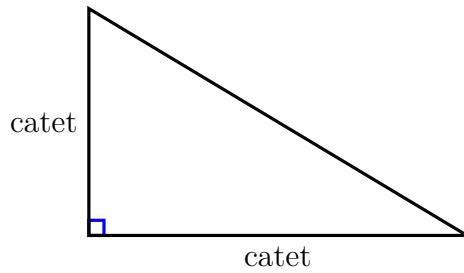


Figura 4.4 Triangle rectangle

- L'angle recte es denota per un cantó d'un rectangle ■ i no per un arc de circumferència ◁
- La *hipotenusa* és el costat major del triangle rectangle. Correspon al costat oposat de l'angle recte
- Els costats que són adjacents a l'angle recte són els *catets*.

Resultat 1. (teorema de Pitàgores) *En un triangle rectangle, es compleix que la hipotenusa al quadrat és igual a la suma dels dos catets al quadrat, és a dir,*

$$h^2 = c^2 + d^2,$$

on h denota la hipotenusa i c i d els catets del triangle rectangle.

Demostració

Sigui un triangle rectangle qualsevol (figura 4.5), amb h la hipotenusa i c i d els dos catets. Denotem per A_t la seva àrea, és a dir, $A_t = (d \cdot c)/2$. Amb aquest triangle, podem construir dos quadrats (figura 4.6).

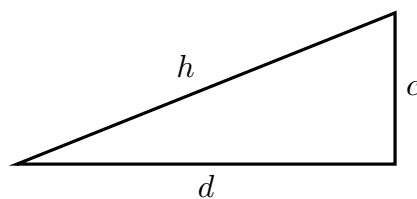


Figura 4.5 Triangle rectangle genèric

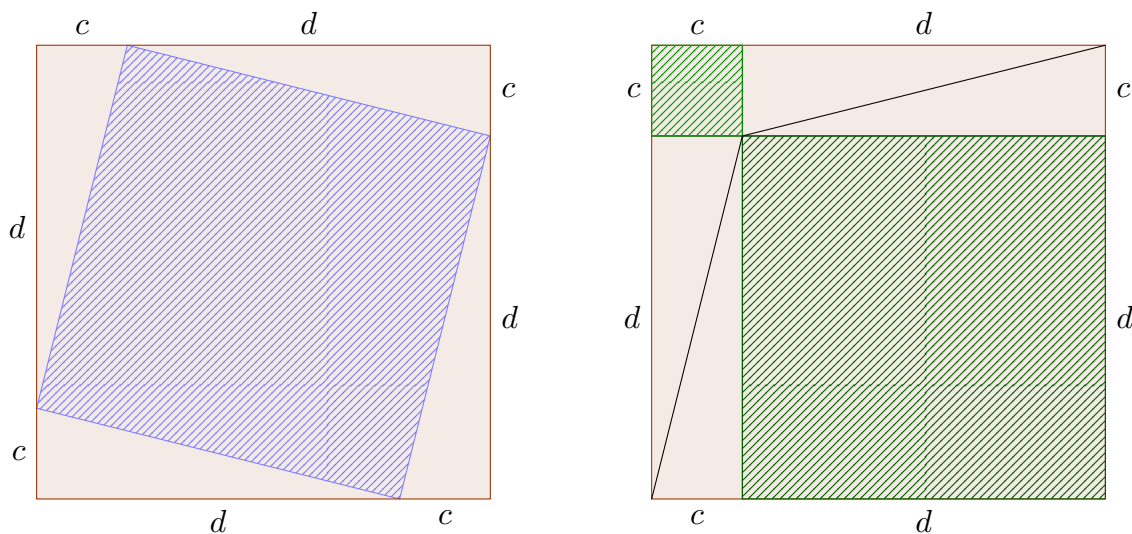


Figura 4.6 Quadrats formats amb el triangle inicial

- Les àrees dels dos quadrats són les mateixes, ja que les dues àrees valen $(c + d)^2$.
- L'àrea del primer quadrat és igual a la suma de quatre vegades l'àrea del triangle inicial (figura 4.5) més l'àrea del quadrat ratllat. És a dir,

$$A = 4A_t + h^2$$

- L'àrea del segon quadrat és igual a quatre vegades l'àrea del triangle inicial (figura 4.5) més l'àrea ratllada. Aquesta àrea està composta per l'àrea de dos quadrats, d'àrees c^2 i d^2 . És a dir,

$$A = 4A_t + c^2 + d^2$$

- Com que les àrees dels dos quadrats són iguals, això vol dir que $4A_t + h^2 = 4A_t + c^2 + d^2$. Per tant,

$$h^2 = c^2 + d^2,$$

que és precisament el teorema de Pitàgores.

Podeu consultar una versió dinàmica de la prova del teorema de Pitàgores [aquí \(versió local\)](#), creada usant [Geogebra](#).

□

Exercici 367. Trobeu (a.) què valen els costats, (b.) l'àrea i (c.) el perímetre dels triangles següents (figura 4.7).

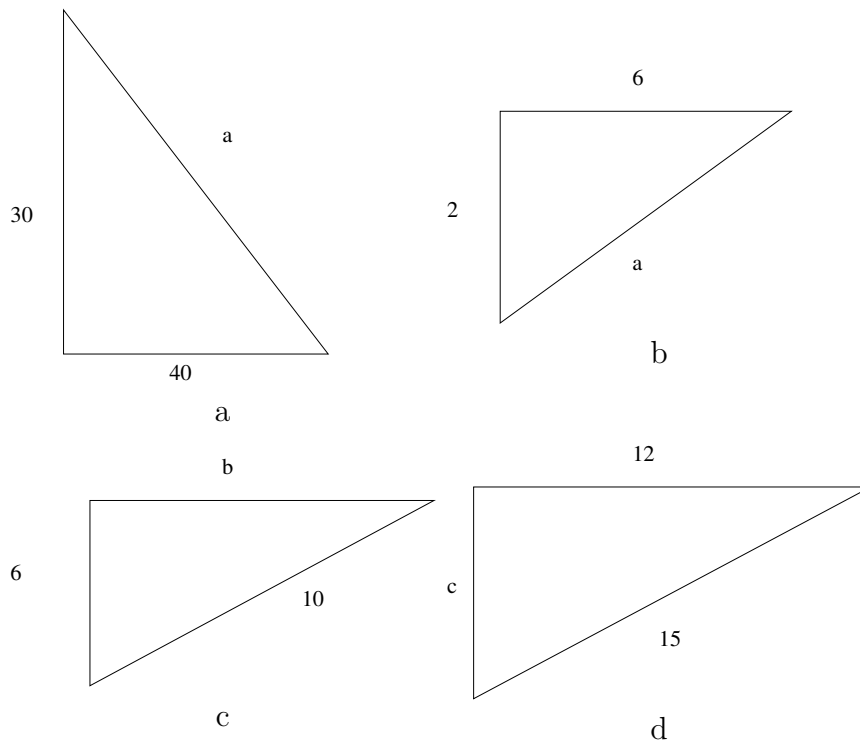


Figura 4.7a Diverses figures

Exercici 368. Calculeu la diagonal del rectangle que té base 5,2 cm i altura 2,9 cm.

Exercici 369. Calculeu l'altura d'un triangle isòsceles els costats del qual mesuren l'un 4,8 m i l'altre 3,6 m.

Exercici 370. En una urbanització s'han protegit 310 finestres quadrades de 1,26 m de costat amb una cinta adhesiva especial, com es veu a la figura 4.8. Quants metres de cinta s'han fet servir?



Figura 4.8 Esquema de la cinta adhesiva

Exercici 371. Una escala de 3,7 m de longitud es troba recolzada en una paret, quedant el peu a 1,5 m d'ella. A quina altura arriba l'escala sobre la paret?

Exercici 372. Calculeu el perímetre d'un triangle rectangle la hipotenusa del qual mesura 50 cm, i un dels seus catets 40 cm.

Exercici 373. Determineu, sense dibuixar-lo, si un triangle de costats 7, 8 i 9 cm és rectangle.

Exercici 374. Calculeu l'apotema d'un hexàgon regular de 5 cm de costat.

Exercici 375. Calculeu l'altura d'un triangle isòsceles els costats iguals del qual mesuren 16 cm i el costat desigual 10 cm.

Exercici 376. Calculeu la mesura de la diagonal d'un rectangle de costats 6 i 8 cm.

Exercici 377. Un futbolista entrena corrent la diagonal del terreny de joc d'un camp de futbol, anada i tornada, 30 cops tots els dies (figura 4.9). Quina distància total recorre? El terreny de joc té unes mides de 105×67 m.

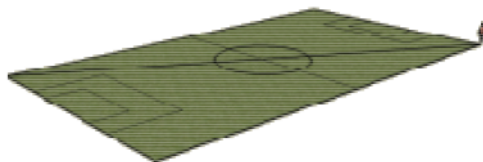


Figura 4.9 Camp de futbol

Exercici 378. En un triangle rectangle, un catet fa 4 cm i l'altre fa 3 cm. Calculeu la hipotenusa

Exercici 379. En un triangle rectangle, la hipotenusa fa 8 cm i un catet fa 4 cm. Calculeu l'altre catet

Exercici 380. Calculeu la diagonal d'un rectangle de base 5 cm i altura 8 cm

Exercici 381. En una habitació que fa 10×50 metres, volem anar de cantó a cantó. Calculeu quina distància recorrerem.

Exercici 382. Un edifici té una altura de 80 metres i nosaltres esteim a una distància de 25 metres. Calculeu la distància que hi ha des del punt més alt de l'edifici a on esteim

Exercici 383. En un triangle isòsceles, l'altura fa 10 cm i els costats iguals fan 15 cm. Calculeu la seva base

Exercici 384. En un triangle isòsceles, la base fa 50 cm i l'altura fa 10 cm. Calculeu què fan els costats semblants

Exercici 385. Trobeu l'àrea i el perímetre de les següents figures (figura 4.10). Potser sigui necessari aplicar el teorema de Pitàgores per trobar algun costat.

Exercici 386. Calculeu l'àrea i el perímetre de les figures següents (figura 4.7).

Exercici 387. Trobeu els costats b i h d'aquest triangle (figura 4.12).

Exercici 388. Trobeu els costats que falten (figura 4.13).

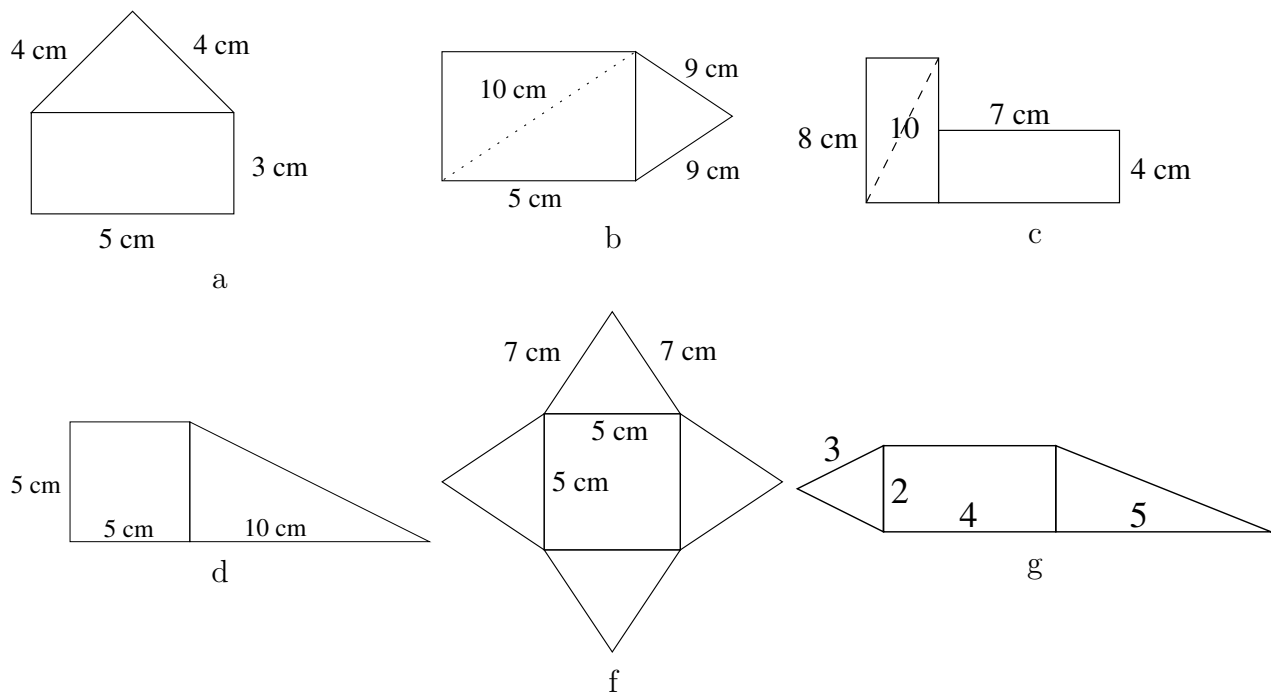


Figura 4.10 Diverses figures

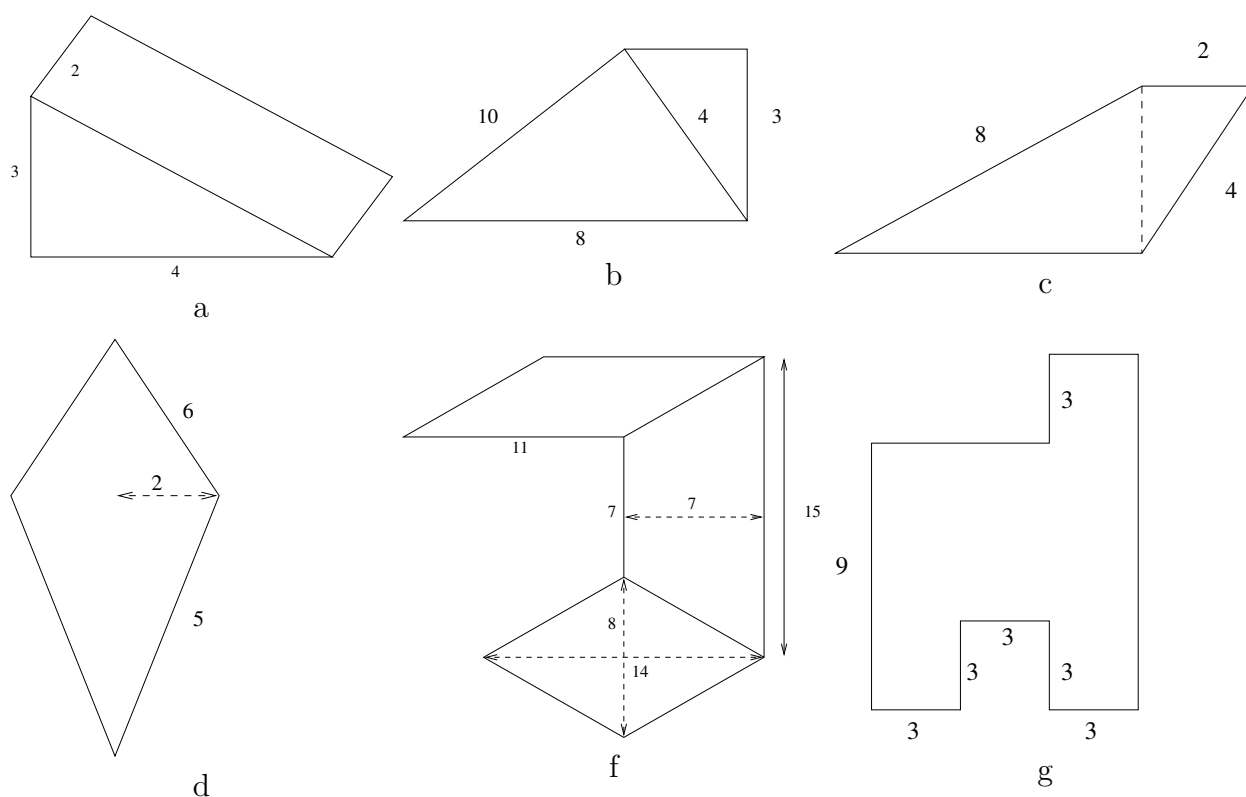


Figura 4.11 Diverses figures

Exercici 389. Trobeu la diagonal d'un cub de 10 cm d'aresta

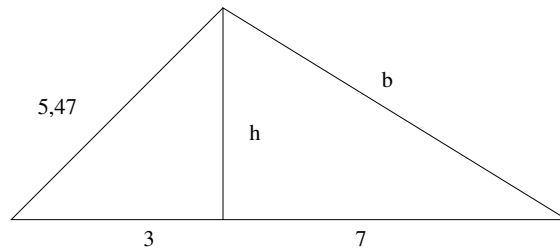


Figura 4.12 Triangle escalè

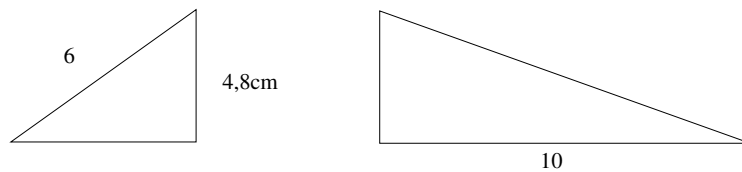


Figura 4.13 Diversos triangles

Exercici 390. Trobeu la diagonal d'una porteria de futbol de 2,44 m d'alt i 7,32 m de llarg.

Exercici 391. Quina és l'àrea d'un hexàgon regular de 6 cm de radi?

Exercici 392. Calculeu l'àrea d'un quadrat si sabem que la seva diagonal mesura 15 cm.

Exercici 393. Trobeu l'àrea d'un triangle equilàter de 8 cm de costat.

Exercici 394. Des d'una torre de fusta 20 m d'alçada es vol muntar una tirolina al terra. Si volem que la base de la tirolina estigui a 100 m de la torre, de quina llargària necessitem la corda de la tirolina?

Exercici 395. Amb un punter làser sabem que la distància des d'un observador a l'extrem superior d'un arbre és de 20 m. Si sabem que l'observador està a 7 m de l'arbre, calculeu l'altura de l'arbre

Exercici 396. Volem mesurar l'altura de la muntanya B . Les dades que sabem és que (a.) La muntanya A fa 200 m (b.) la distància entre els cims és de 500 m i (c.) el desplaçament horitzontal entre les muntanyes és de 100 m (vegeu figura 4.14)

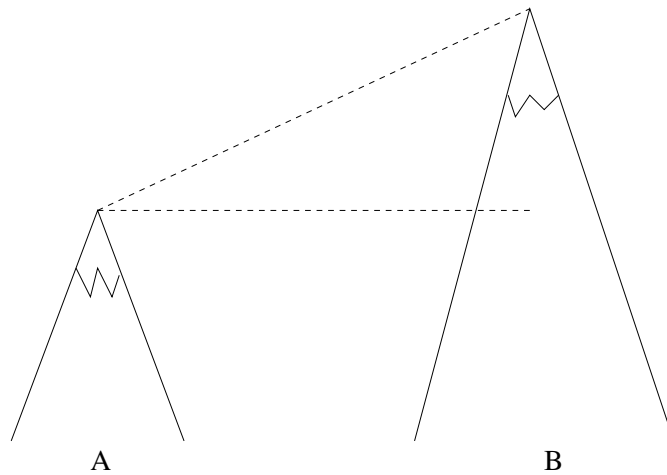


Figura 4.14 Diversos triangles

Exercici 397. Dos vaixells surten al mateix temps des del mateix punt: un en direcció nord i l'altre en direcció oest a 15 i 18 nusos, respectivament. Calculeu quina distància els separarà al llarg de 6 hores. I al cap de 10 hores. Nota: un nus són 1,852 km/h.

Exercici 398. El disseny de la forma i dimensions d'una muntanya russa són els que s'indiquen a la figura (figura 4.15) (totes les mesures es donen en metres). Sabem que el punt més alt es troba a 56 m. Calculeu la longitud total de la muntanya russa.

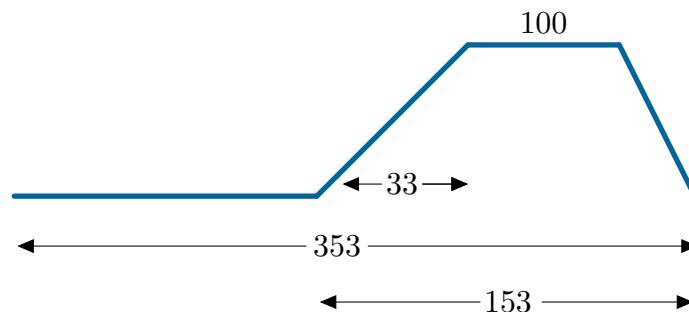


Figura 4.15 Muntanya russa en construcció

Exercici 399. Dibuixeu un triangle equilàter de 8 cm de costat. Quina és l'àrea de la corona circular determinada per la circumferència inscrita i circumscrita al triangle?

Exercici 400. (★) Dibuixeu un triangle isòsceles de 17 cm de base. L'altura corresponent a un dels costats iguals és igual a 15 cm. Trobeu l'àrea del triangle.

Solució

En primer lloc, calcularem un tros d'un dels costats semblants (figura 4.16a): $17^2 = 15^2 + x^2$, amb el que $x = 8$. Amb aquesta informació, si feim servir que el triangle és isòsceles, aleshores podem calcular la longitud dels costats semblants (figura 4.16b).

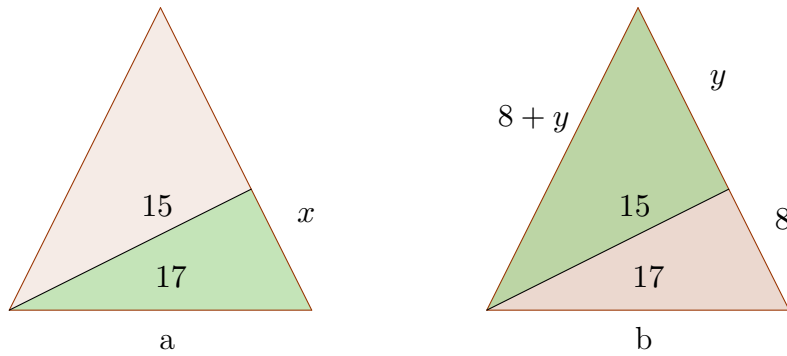


Figura 4.16 Càlcul d'una part d'un costat

— Solucions de “Teorema de Pitàgores” —

1. Exercici 368: 5,95.
 2. Exercici 369: 4,44 m.
 3. Exercici 370: $310 \cdot 1,7819 \text{ m} = 552,39 \text{ m}$.
 4. Exercici 371: 3,38 m.
 5. Exercici 378: 5 cm
 6. Exercici 379: 6,92 cm
 7. Exercici 380: 9,43 cm
 8. Exercici 381: 50,99 m
 9. Exercici 382: 83,81 m
 10. Exercici 383: 22,36 cm
 11. Exercici 384: 26,92 cm
 12. Exercici 385: (a.) $A = 30,61 \text{ cm}^2$, $P = 19 \text{ cm}$; (b.) $A = 77,42 \text{ cm}^2$, $P = 36,66 \text{ cm}$;
(c.) $A = 76 \text{ cm}^2$, $P = 38 \text{ cm}$; (d.) $P = 36,18 \text{ cm}$; (e.) $A = 50 \text{ cm}^2$; (f.) $A = 5,64 + 8 + 10 \text{ cm}^2$, $P = 24,38 \text{ cm}$
 13. Exercici 400: Els costats del triangle fan 17 i 20 cm. L'àrea fa 150 cm^2 .
-

4.2 Cossos geomètrics

Exercici 401. L'apotema d'una piràmide quadrangular regular mesura 12 cm i la seva aresta bàsica 10 cm. Trobau (a.) quant fa l'altura (b.) quina àrea i quin volum té la piràmide

Exercici 402. Si sabem que el costat d'un cub fa 5 cm, calculeu el seu volum i la seva àrea lateral

Exercici 403. Si sabem que el volum d'una capsa és de 200 cm^3 , podeu trobar què fa d'alt si sabem que la base és un rectangle de $10 \times 20 \text{ cm}$?

Exercici 404. Un pintor té l'encàrreg de pintar un edifici en forma d'ortoeдре. L'únic que sap és que l'amplada de l'edifici és la meitat que la seva llargària i que la altura és de 20 metres.

Si al final, el pintor ha gastat 2000 litres de pintura, quina altura té l'edifici?

Nota: el pintor gasta 1 litre de pintura cada 5 m^2 .

Àrees de cossos geomètrics



Per a practicar

1. Estic construint una piscina de 5,7 metres de llargada, 4 metres d'amplada i 1,9 metres d'alçada. Vull recobrir les parets i el fons amb rajoles de forma quadrada de 20 cm de costat. Quantes rajoles necessitaré si aproximadament se'n malmeten un 10%?



2. Una mare compra a la seva filla una caixa dels seus bombons favorits. La caixa té forma de prisma triangular de 21 cm de llargada i 12 cm de costat de la base. Quina és la quantitat de paper mínima que es necessita per embolicar-la?



3. Es vol restaurar el lateral i la part superior d'una torre amb forma de prisma octogonal de 12 m d'altura. La base és un octàgon regular de 3 m de costat i 3,62 metres d'apotema. Si l'empresa de restauració cobra 226 euros per cada metre quadrat, quin serà el preu de la restauració?



4. Una pizzeria fa pizzas de diverses mides i les ven en caixes hexagonals de 39 cm de costat i 4,7 cm d'alçada. Quina quantitat de cartó es necessita per cada caixa tenint en compte que la caixa està formada per dues parts compostes d'una base i el lateral?

5. Una piràmide egípcia de base quadrada té 150 metres d'altura i 139 metres d'aresta de la base. Quina és la seva superfície lateral?



6. Calcula els metres quadrats de tela que es necessiten per a fabricar un para-sol amb forma de piràmide dodecagonal de 84 cm d'aresta de la base i 194 cm d'aresta lateral.



7. La part exterior del teulat d'un edifici té forma de tronc de piràmide de bases quadrades de 47 m i 51 m de costat respectivament. L'aresta lateral de la teulada mesura 7,3 m. Calcula la superfície.



8. Un test de plàstic té forma de tronc de piràmide hexagonal. Els costats de les bases mesuren respectivament 36 i 42 cm i l'aresta lateral mesura 7,5 cm. Calcula la quantitat de plàstic que es necessita per a la seva fabricació.



Àrees de cossos geomètrics

9. Una llauna de conserves té 16,6 cm d'altura i 8,4 cm de radi de la base. Quant de metall es necessita per a la seva fabricació? Quant de paper es necessita per a l'etiqueta?



10. Es volen tractar dos dipòsits amb pintura antioxidant. Els dipòsits tenen 7,3 metres d'altura i 9,7 metres de radi de la base. El preu per pintura de cada metre quadrat és de 39 euros. Quin és el preu final de la pintura, sabent que només es pinta la base superior de cadascun?



11. Una copa té forma de con de 10,2 cm de generatriu i 9,5 cm de diàmetre de la circumferència superior. La base és una circumferència de 4,9 cm de radi. Cada vegada que es neteja, quina superfície de cristall s'ha de netejar?



12. Es vol condicionar una sitja antiga amb forma de con. Per això s'aplicarà una capa aïllant a la paret interior i al terra. Les dimensions de la sitja són 16,5 metres d'altura i 7,5 metres de radi de la base. Quina quantitat de superfície s'ha de tractar?



13. Un got de plàstic té 7,1 cm de diàmetre superior i 5,6 cm de diàmetre inferior. La generatriu mesura 12,6 cm. Quants metres quadrats de plàstic s'han necessitat per fabricar 150 gots?



14. He comprat un paper resistent a la calor per fabricar-me una làmpada amb forma de tronc de con, de 17,3 cm de diàmetre superior i 15,7 cm de diàmetre inferior. L'altura fa 32,2 cm. Quant de paper necessito?



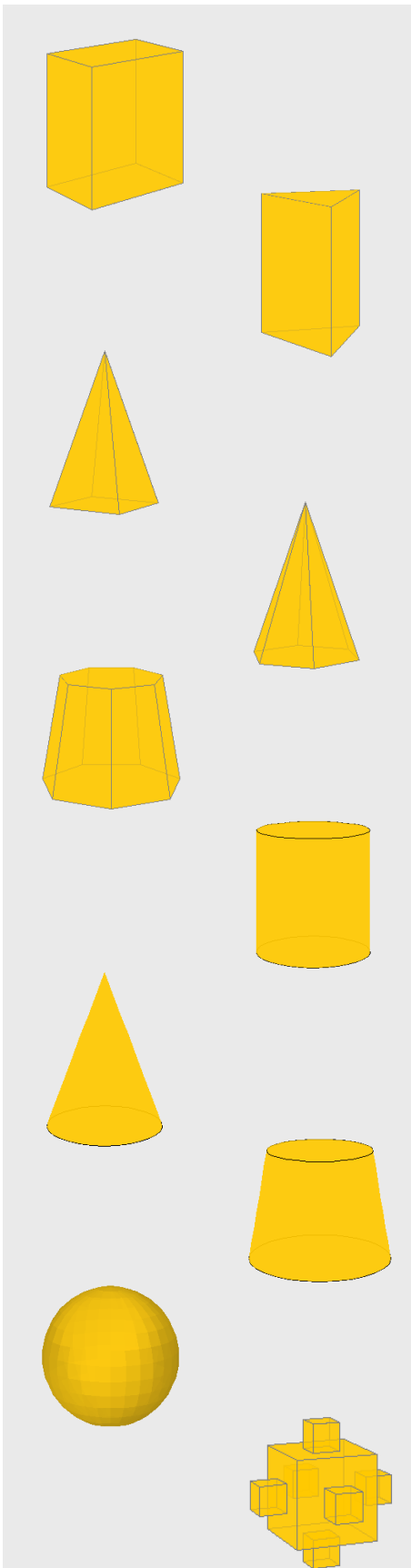
15. Sabent que el radi de la Terra és de 6370 quilòmetres, calcula la superfície del nostre planeta utilitzant diferents aproximacions del número π .

a) 3 b) 3,14 c) 3,1416 d) π



16. a) Calcula la superfície d'una pilota de 5 cm de radi.
b) Calcula la superfície d'una pilota de radi doble de l'anterior.
c) Calcula la superfície d'una pilota de radi 10 vegades major que la primera.
d) Quina relació hi ha entre les superfícies de les esferes?





1. Calcula l'àrea total d'un ortoedre de 72 metres de llargada, 42 metres d'amplada i 26 metres d'alçada.
2. Calcula l'àrea total d'un prisma triangular de 55 metres d'altura i 30 metres d'aresta de la base.
3. Calcula l'àrea total d'una piràmide de base quadrada de 69 metres d'altura i 77 metres d'aresta de la base.
4. Calcula l'àrea total d'una piràmide hexagonal de 114 metres d'aresta lateral i 100 metres d'aresta de la base.
5. Calcula l'àrea total d'un tronc de piràmide de 7 cares laterals sabent que les arestes de les bases mesuren respectivament 47 i 71 metres, l'aresta lateral mesura 62 metres i les apotemes de les bases mesuren respectivament 48, 80 i 73,78 metres.
6. Calcula l'àrea total d'un cilindre de 81 metres d'altura i 15 metres de radi de la base.
7. Calcula l'àrea total d'un con de 29 metres d'altura i 42 metres de radi de la base.
8. Calcula l'àrea total d'un tronc de con la generatriu del qual mesura 24 metres i els radis de les bases mesuren respectivament 41 i 57 metres.
9. Calcula l'àrea d'una esfera de 67 metres de radi.
10. Calcula l'àrea total d'aquest cos geomètric sabent que l'aresta del cub petit mesura 13 metres i l'aresta del cub gran és el triple.

Àrees de cossos geomètrics

Solucions dels exercicis per practicar

1. 1641 rajoles
2. $880,71 \text{ cm}^2$
3. 74905,44 euros
4. $10102,95 \text{ cm}^2$
5. $45958,58 \text{ m}^2$
6. $9,55 \text{ m}^2$
7. $1376,05 \text{ m}^2$
8. $4975,59 \text{ cm}^2$
9. $1319,57 \text{ cm}^2$ de metall
 $876,13 \text{ cm}^2$ de paper
10. 57759,37 euros
11. $455,28 \text{ cm}^2$
12. $603,76 \text{ m}^2$
13. $4,14 \text{ m}^2$
14. $1669,64 \text{ cm}^2$
15. a) 486922800 km^2
b) 509645864 km^2
c) $509905556,16 \text{ km}^2$
d) $509904363,78 \text{ km}^2$
16. a) $314,16 \text{ cm}^2$
b) $1256,64 \text{ cm}^2$
c) $31415,93 \text{ cm}^2$
d) la relació és igual al quadrat de la relació entre els radis.

Solucions AUTOAVALUACIÓ


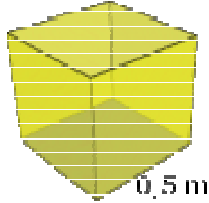
1. 11976 m^2
2. $5729,42 \text{ m}^2$
3. $18097,19 \text{ m}^2$
4. $56715,76 \text{ m}^2$
5. $51468,83 \text{ m}^2$
6. $9047,79 \text{ m}^2$
7. $12276,23 \text{ m}^2$
8. $22877,08 \text{ m}^2$
9. $56410,44 \text{ m}^2$
10. 13182 m^2

No oblidis enviar les activitats al tutor ►

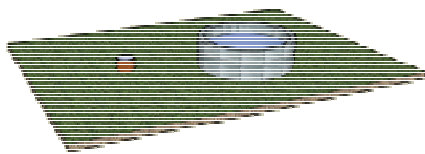
Volum dels cossos geomètrics.



Per a practicar

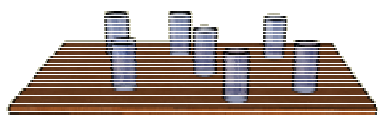
- Expressa els següents volums en litres:
 - 3 dm^3
 - 50 dam^3
 - 1200 cm^3
 - $0,0007 \text{ m}^3$
- Expressa les següents quantitats en cm^3 :
 - $0,00001 \text{ dam}^3$
 - 10 dm^3
 - 30000 mm^3
 - $1,5 \text{ m}^3$
- Quants gots de 250 cm^3 es poden omplir amb $0,04 \text{ m}^3$ d'aigua?
- Transforma en m^3 :
 - $0,006 \text{ hm}^3$
 - 788 dm^3
 - $0,00008 \text{ km}^3$
 - 16000 mm^3
- Un pantà té una capacitat de 450 hm^3 . Si actualment està a un 76% de la seva capacitat, quants metres cúbics d'aigua conté?

- Expressa:
 - 34 hm^3 en km^3
 - 3440 cm^3 en m^3
 - $2,34 \text{ km}^3$ en dam^3
 - $0,000008 \text{ dm}^3$ en mm^3
 - 34567 cm^3 en dm^3
 - $0,02 \text{ m}^3$ en cm^3
- M'han encarregat 6 litres de refresc de taronja. A la botiga només queden ampolles de 250 cl. Quantes n'he de comprar?
- Dóna un valor que et sembli raonable per cadascuna de les següents capacitats:
 - Capacitat d'un got d'aigua.
 - Capacitat d'un pantà gran.
 - Capacitat d'una piscina de un xalet.
 - Capacitat del maleter d'un cotxe.
- Quina quantitat és més gran, mig metre cúbic o el volum d'un cub de mig metre d'aresta? Raona la resposta.

- Calcula el volum, en litres, d'un cub de 2 m d'aresta.
- Troba el pes d'un bloc cúbic de formigó de 2,3 m d'aresta. (Un metre cúbic de formigó pesa 2350 Kg.)
- Calcula, en litres, el volum d'un *tetrabrik* les dimensions del qual són $12 \times 7 \times 15 \text{ cm}$.
- Durant una tempesta es van registrar unes precipitacions de 80 litres per metre quadrat. Quina alçada assoliria l'aigua en un recipient cúbic de 10 cm d'aresta?
- Una piscina té unes dimensions de $7 \times 4 \times 2 \text{ m}$. Quan de temps trigaran en omplir-la dues aixetes el cabal de les quals és de 70 litres per minut per cadascuna d'elles?
- Calcula, en litres, el volum d'un con que té 12 cm d'altura i la base del qual té un radi de 5 cm.
- Quantes vegades cal buidar un cub cilíndric de 40 cm d'altura i 20 cm de radi per omplir un dipòsit cilíndric de 2,5 m d'altura i 3 m de radi?

Volumen de los cuerpos geométricos.



17. S'aboquen $2,5 \text{ cm}^3$ d'aigua en un recipient cònic la base del qual té $1,7 \text{ cm}$ de radi i una altura de $2,8 \text{ cm}$. Quin percentatge de la capacitat del recipient omplim?

18. Quants vasos cilíndrics de 19 cm d'altura i $2,7 \text{ cm}$ de radi es poden omplir amb $3,8$ litres de refresc?

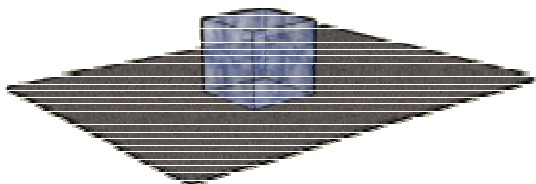


19. Introduïm una bola de plom, de $0,6 \text{ cm}$ de radi, en un recipient cilíndric de $3,1 \text{ cm}$ d'altura i $0,9 \text{ cm}$ de radi. Calcula el volum d'aigua necessari per omplir el recipient.

20. Quants metres cúbics d'aigua es consumeixen en buidar 6 vegades al dia una cisterna de $7,5$ litres durant 30 dies?

21. Quants litres d'aigua pot contenir un dipòsit amb forma d'ortocedre, si les seves mides interiors són $189 \times 60 \times 58 \text{ cm}$?

22. Quina quantitat d'aigua s'obté en desfer un bloc cúbic de gel de $31,4 \text{ cm}$ d'aresta? (La densitat del bloc de gel és $0,917 \text{ g/cm}^3$).



23. Quants peixos, petits o mitjans, podem introduir en un aquari les mides interiors del

qual són $129 \times 51 \times 47 \text{ cm}$? (Es recomana introduir, com a màxim,, un peix, petit o mitjà, cada quatre litres d'aigua).

24. Quant temps trigarà una aixeta en omplir un dipòsit si aboca 130 litres d'aigua per minut? El dipòsit és un prisma de $3,6 \text{ m}$ d'altura i base hexagonal, de 2 m de costat i $1,7 \text{ m}$ d'apotema.

25. Calcula el pes, en tones, d'una piràmide de formigó, amb una base quadrada de 6 m de costat i 17 m d'altura. Un metre cúbic de formigó pesa $2,35$ tones.

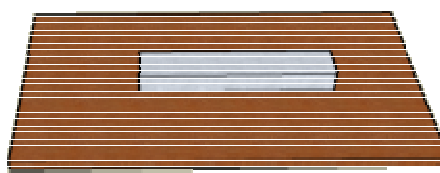
26. Calcula el volum d'un tronc de con de $6,1 \text{ cm}$ d'altura, sabent que els radis de les seves bases són $6,1 \text{ cm}$ i $3,8 \text{ cm}$.

27. Troba el volum, en litres, d'una esfera de 25 cm de radi.

28. Un paral·lelepípede té una altura de 12 cm i les seves bases són rombes les diagonals dels quals mesuren 7 cm i 4 cm . Calcula el seu volum.

29. S'aboquen 150 cm^3 d'aigua en un got cilíndric de 4 cm de radi. Quina altura assolirà l'aigua?

30. Calcula el pes en grams d'un lingot de plata de $24 \times 4 \times 3 \text{ cm}$. La densitat de la plata és $10,5 \text{ g/cm}^3$.

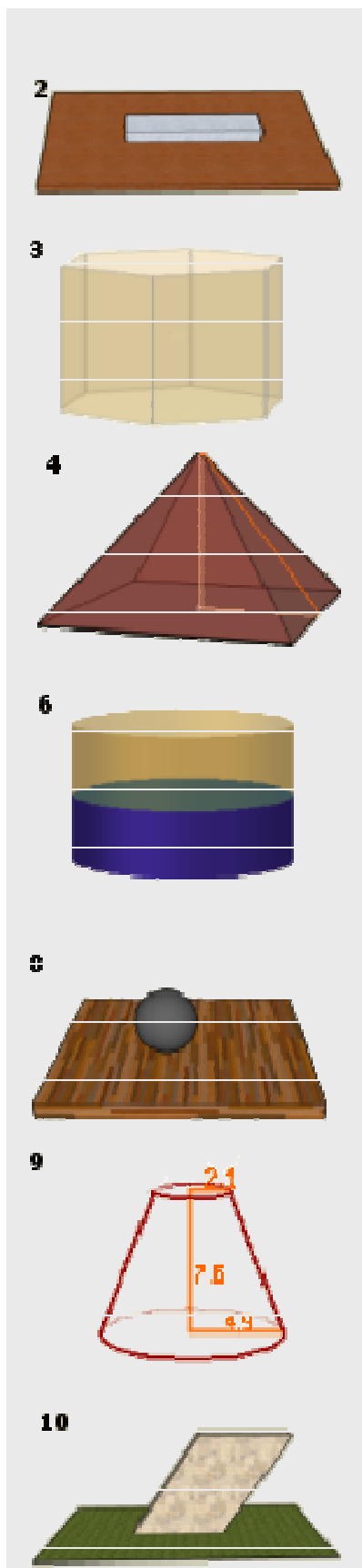


31. L'etiqueta lateral de paper, que envolta completament una llauna cilíndrica de tomata fregida, fa $25 \times 13 \text{ cm}$. Calcula el volum de la llauna.

32. Calcula el pes d'un fil cilíndric de coure de 2 mm de diàmetre i 1350 m de longitud, sabent que la densitat del coure és $8,9 \text{ g/cm}^3$.

Volum dels cossos geomètrics.

Autoavaluació



1. La capacitat d'un pantà és de 295 hm^3 . Expressa aquesta capacitat en litres.
2. Calcula el pes en grams d'un lingot de plata de $19 \times 4 \times 3 \text{ cm}$. La densitat de la plata és $10,5 \text{ g/cm}^3$.
3. Calcula el volum del prisma de la figura, l'altura del qual és 4 cm i el costat de la base del qual fa $2,4 \text{ cm}$. L'apotema de la base fa $1,6 \text{ cm}$.
4. L'apotema d'una piràmide regular fa 11 dm i la base és un quadrat de 15 dm de costat. Calcula el seu volum.
5. Quants blocs cúbics de pedra, aproximadament, de 50 cm de aresta, fan falta per construir una piràmide regular amb base quadrada de 208 m de costat i 101 m d'altura?
6. S'aboquen $19,8 \text{ cm}^3$ d'aigua en un recipient cilíndric de $1,8 \text{ cm}$ de radi. Quina altura assolirà l'aigua?
7. Quantes copes puc omplir amb 11 litres de refresc, si el recipient cònic de cada copa té una altura interior de 9 cm i un radi interior de 5 cm ?
8. Quants quilograms pesa una bola de plom de 17 cm de radi? El plom té una densitat de $11,4 \text{ g/cm}^3$.
9. Calcula el volum d'un tronc de con de $7,6 \text{ cm}$ d'altura, sabent que els radis de les seves bases fan $4,9 \text{ cm}$ i $2,1 \text{ cm}$.
10. Calcula el volum de l'escultura de la imatge, sabent que les seves bases son rectangles de $3 \times 12 \text{ dm}$ i la seva altura 20 dm .

Volum dels cossos geomètrics.

Solucions dels exercicis per practicar

1. a) 3 l
b) 50.000.000 l
c) 1,2 l
d) 0,7 l
2. a) 10.000 cm³
b) 10.000 cm³
c) 30 cm³
d) 1.500.000 cm³
3. 160 gots.
4. a) 6.000 m³
b) 0,788 m³
c) 80.000 m³
d) 0,000016 m³
5. 342.000.000 m³
6. a) 0,034 km³
b) 0,00344 m³
c) 2.340.000 dm³
d) 8 mm³
e) 34,567 dm³
f) 20.000 cm³
7. 24 ampolles.
8. a) 250 cm³
b) 500 hm³
c) 70 m³
d) 350 l
9. Mig metre cúbic. Un cub de mig metre d'aresta té un volum de 0,125 m³.
10. 8.000 l
11. 28592,45 kg
12. 1,26 l
13. 8 cm
14. 400 minuts.
15. 0,31 l
16. 1407 vegades.
17. 29,5%
18. 8 gots.
19. 6,99 cm³ de
agua.
20. 1,35 m³
21. 657,7 l
22. 28,4 l
23. 77 peces
24. 282,5 minuts.
25. 300 m²
26. 3409,07 TN
27. 478,01 cm³
28. 168 cm³
29. 2,98 cm.
30. 3024 g
31. 646,54 cm³
32. 37,75 kg

Solucions AUTOEVALUACIÓN

1. 295.000.000.000 l
2. 2.394 g
3. 46,08 cm³
4. 603,75 dm³
5. 11.652.437 blocs aprox.
6. 1,95 cm
7. 46 copes
8. 234,6 kg
9. 308,08 cm³
10. 720 dm³

No t'oblidis d'enviar les activitats al tutor ►

