VFB

Exercicis de
geometria plana

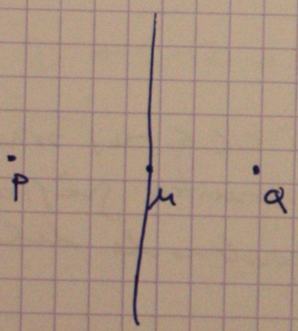
122) Calculeu les coordenades del punt mitjà del segment determinat pels punts $P(-3,7)$ i $Q(-5,3)$

Aplicant la teoria, tenim que el punt mitjà R serà igual a

$$R = \left(\frac{-3+(-5)}{2}, \frac{7+3}{2}\right) = (-4, 5)$$

123) Donat el punt $P(0,-5)$, calculeu les coordenades del punt simètric de P respecte del punt $M(-1,12)$.

Si diem Q al punt simètric de P, tenim que M és el punt mitjà de P i Q.



Per tant, si $Q(x,y)$, llavors

$$M = \left(\frac{x+0}{2}, \frac{y-5}{2}\right)$$

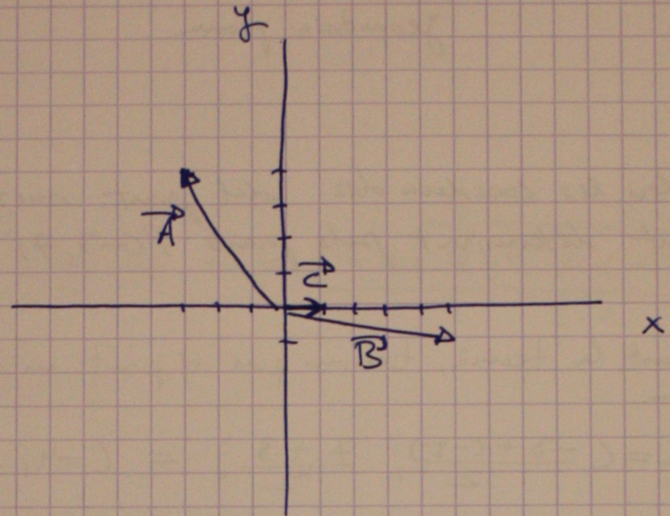
I al mateix temps, $M = (-1,12)$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y-5}{2}\right) = (-1, 12)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = -1 \Rightarrow x = -2 \\ \frac{y-5}{2} = 12 \Rightarrow y-5 = 24 \Rightarrow y = 29. \end{cases}$$

$\Rightarrow$ El punt demanat és $Q = (-2, 29)$.

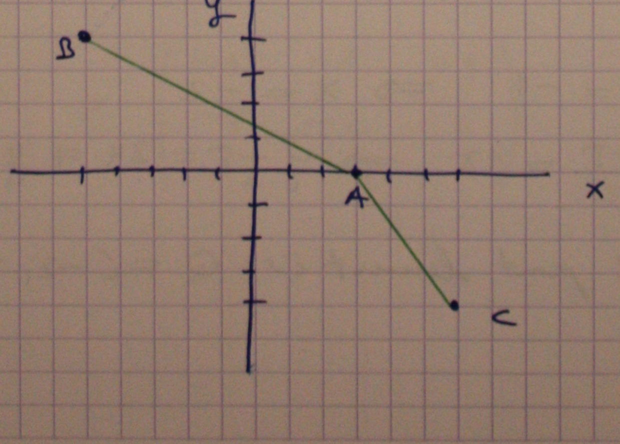
124) Representeu gràficament els vectors $\overrightarrow{A(-3,4)}$, $\overrightarrow{B(5,-1)}$ i $\overrightarrow{C(1,0)}$.



125) Calculeu les components del vector d'origen $P(-2,1)$ i que acaba en el punt $Q(-3,-5)$.

Ens demanen el vector $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{(-3-(-2), -5-1)}$
$= \overrightarrow{(-1,-6)}$

126) Els punts $A(3,0)$, $B(-5,4)$ i $C(6,-4)$ són vèrtexs d'un paral·lelogram. Representeu gràficament aquests punts i calculeu les coordenades del vèrtex restant.



Per trobar el punt D farem el següent:

1) Calcularem el vector $\vec{AC}$
2) Situarem el vector $\vec{AC}$ amb origen B. El seu final serà el punt D.

Tot això ho podem fer perquè ABCD és un paral·lelogram i, per tant, $\vec{AC} = \vec{BD}$.

$$\vec{AC} = \overrightarrow{(6-3, -4-0)} = \overrightarrow{(3,-4)}$$

Si $D = (x, y)$, llavors:

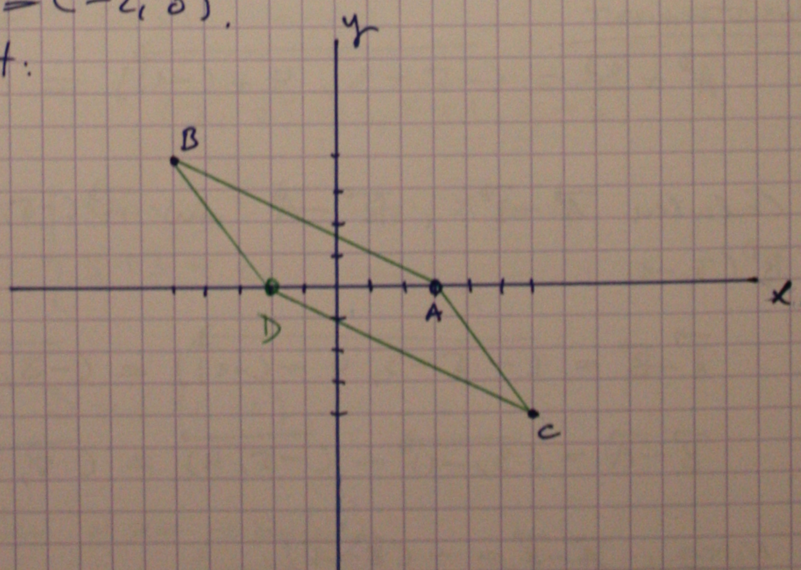
$$\vec{BD} = \overrightarrow{(3,-4)}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{(x+5, y-4)} = \overrightarrow{(3,-4)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+5 = 3 \\ y-4 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = -2 \\ y = 0 \end{matrix}$$

$\Rightarrow D = (-2, 0)$.

Per tant:



Per trobar el punt D farem el següent:

1) Calcularem el vector $\vec{AC}$
2) Situarem el vector $\vec{AC}$ amb origen B. El seu final serà el punt D.

Tot això ho podem fer perquè ABCD és un paral·lelogram i, per tant, $\vec{AC} = \vec{BD}$.

$$\vec{AC} = \overrightarrow{(6-3, -4-0)} = \overrightarrow{(3,-4)}$$

Si $D = (x, y)$, llavors:

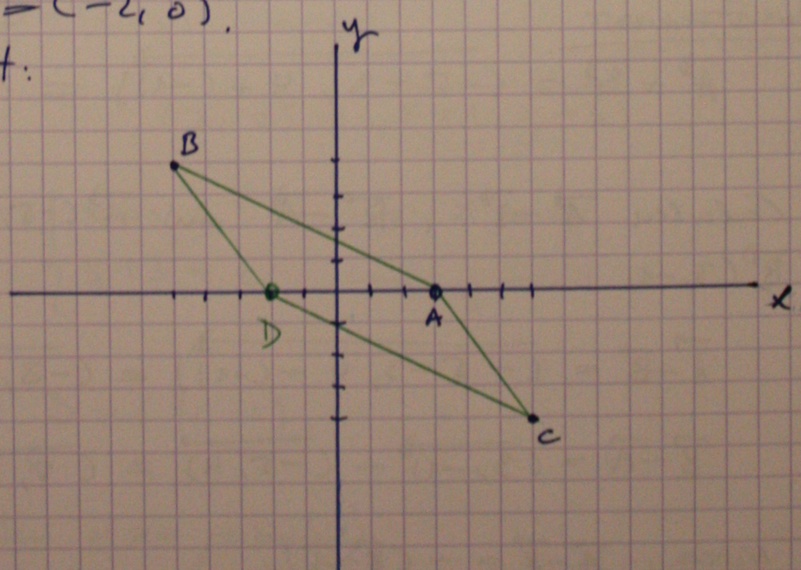
$$\vec{BD} = \overrightarrow{(3,-4)}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{(x+5, y-4)} = \overrightarrow{(3,-4)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+5 = 3 \\ y-4 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} x = -2 \\ y = 0 \end{array}$$

$\Rightarrow D = (-2, 0)$.

Per tant:

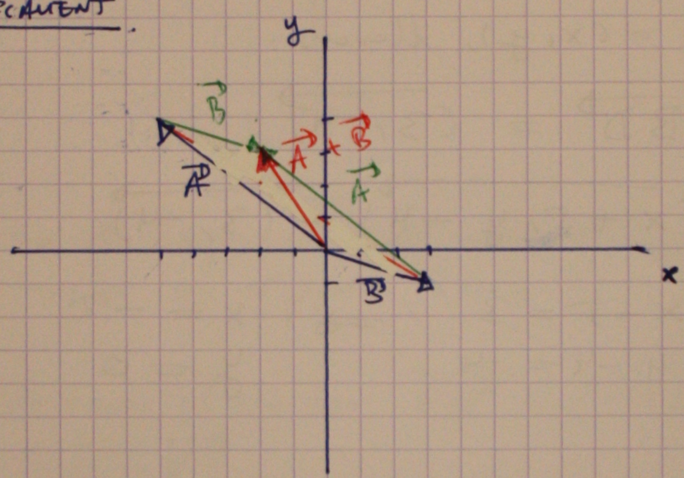


129) Calculeu el valor del mòdul del vector $\vec{A}(-5,1)$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-5)^2 + 1^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}.$$

128) Calculeu gràficament i analítica la suma dels vectors $\vec{A}(-5,4)$ i $\vec{B}(3,-1)$.

GRÀFICAMENT.



ANALÍTICAMENT.

$$\vec{A} + \vec{B} = \overrightarrow{(-5+3,\ 4+(-1))} = \overrightarrow{(-2,3)}.$$

129) Calculeu $\vec{A}-\vec{B}$ i $\vec{B}-\vec{A}$ on $\vec{A}(-5,4)$ i $\vec{B}(3,-1)$

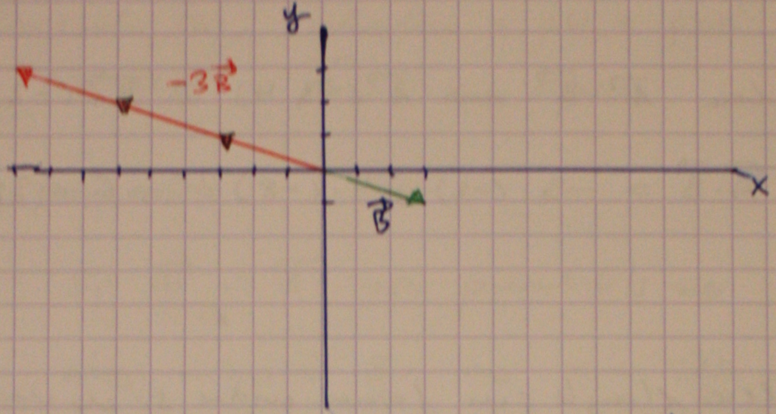
$$\vec{A}-\vec{B} = \overrightarrow{(-5-3,\ 4-(-1))} = \overrightarrow{(-8,5)}$$

$$\vec{B}-\vec{A} = \overrightarrow{(3,-1)} - \overrightarrow{(-5,4)} = \overrightarrow{(8,-5)}$$

NOTA: $\vec{A}-\vec{B} = -(\vec{B}-\vec{A})$.

130) Calculeu gràficament i analíticament el producte $-3\cdot\vec{B}$ on $\vec{B}(3,-1)$

GRÀFICAMENT.



ANALÍTICAMENT

$$-3\cdot\vec{B} = -3\cdot\overrightarrow{(3,-1)} = \overrightarrow{(-3\cdot 3,\ -3\cdot(-1))}$$
$$= \overrightarrow{(-9,\ 3)}$$

131) Determineu si els vectors següents són paral·lels entre si:

a) $\vec{A}(1,-3)$ i $\vec{B}(5,-6)$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{5}{1} = 5 \\ \frac{-6}{-3} = 2\end{array}\right\}$$ com que $5 \neq 2 \Rightarrow \vec{A}$ i $\vec{B}$ no són paral·lels.

b) $\vec{C}(3,-1)$ i $\vec{D}(-6,2)$

$$\frac{-6}{3} = -2 = \frac{2}{-1} \Rightarrow \text{són paral·lels}$$

c) $\vec{E}(3,0)$ i $\vec{F}(5,0)$

En aquest cas, no podem dividir $\frac{0}{0}$, ja que la divisió entre 0 no existeix. Ara bé, és veu que $\frac{5}{3}\vec{E} = \vec{F}$:

$$\frac{5}{3}\left(\overrightarrow{3,0}\right) = \left(\frac{5}{3}\cdot 3, \frac{5}{3}\cdot 0\right) = \left(\overrightarrow{5,0}\right) = \vec{F}$$

132) Calculeu $\vec{A}\cdot\vec{B}$ amb $\vec{A}(-3,4)$ i $\vec{B}(-2,-8)$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = -3\cdot(-2) + 4\cdot(-8) = +6 - 32 = -26$$

133) Calculeu l'angle que formen entre si els vectors $\vec{A}(-2,-5)$ i $\vec{B}(-3,2)$.

Sabem que

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}|\cdot|\vec{B}|\cdot\cos\alpha$$

on α = angle que formen $\vec{A}$ i $\vec{B}$

Calculem cada part:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = -2\cdot(-3) + (-5)\cdot 2$$
$$= +6 - 10 = -4$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-2)^2+(-5)^2} = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$$
$$|\vec{B}| = \sqrt{(-3)^2+2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

Per tant,

$$-4 = \sqrt{29}\cdot\sqrt{13}\cdot\cos\alpha$$
$$-4 = \sqrt{29\cdot 13}\cdot\cos\alpha$$
$$-4 = \sqrt{377}\cdot\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{-4}{\sqrt{377}} \simeq -0{,}206$$

$\Rightarrow \alpha = \arccos -0'206 = \boxed{101'88^\circ}$

134) En cada cas, calculeu x per a què els vectors $\vec{A}(8,-15)$ i $\vec{B}(2,x)$ siguin:

a) paral·lels.

Si $\vec{A}$ i $\vec{B}$ són paral·lels $\Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{x}{-15}$

$\Rightarrow -30 = 8x \Rightarrow x = \frac{-30}{8} = \boxed{-\frac{15}{4}}$

b) perpendiculars

$\vec{A}$ i $\vec{B}$ són perpendiculars $\Rightarrow \vec{A}\cdot\vec{B} = 0$

$\Rightarrow 8\cdot 2 + (-15)\cdot x = 0$

$\Rightarrow 16 - 15x = 0 \Rightarrow -15x = -16$

$x = \frac{-16}{-15}$

$x = \boxed{\frac{16}{15}}$

c) formin un angle de 60°.

Si formen un angle de 60° $\Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}|\cdot|\vec{B}|\cdot\frac{1}{2}$

$8\cdot 2 + (-15)\cdot x = \sqrt{8^2+(-15)^2}\cdot\sqrt{2^2+x^2}\cdot\frac{1}{2}$

$\Rightarrow 16 - 15x = \sqrt{289}\cdot\sqrt{4+x}\cdot\frac{1}{2}$

$\Rightarrow 32 - 30x = \sqrt{289}\cdot\sqrt{4+x}$

$$32-30x = 17\cdot\sqrt{4+x}$$

$$\frac{32-30x}{17} = \sqrt{4+x} \qquad (A)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{32-30x}{17}\right)^2 = 4+x$$

(elevant al quadrat cada membre de l'equació)

$$\Rightarrow \frac{(32-30x)^2}{289} = 4+x$$

$$\Rightarrow 900x^2 - 1920x + 1024 = 1156 + 289x$$

$$900x^2 - 2209x - 132 = 0$$

$$x = \frac{2209 \pm \sqrt{(-2209)^2 - 4\cdot 900\cdot(-132)}}{2\cdot 900}$$

$$= \frac{2209 \pm \sqrt{4883413}}{1800}$$

$$\simeq \begin{cases} \dfrac{2209 + 2209'84}{1800} = 2'51 \\[2ex] \dfrac{2209 - 2209'84}{1800} = -0'05 \end{cases}$$

D'aquests dos valors, només el segon verifica l'equació (A).

135) Donat el vector $\vec{A}(5,12)$, doneu

a) un vector paral·lel.

Qualsevol nombre per $\vec{A}$ donarà lloc a un vector paral·lel. Per exemple

$$2 \cdot \vec{A} = \overrightarrow{(10, 24)}.$$

b) un vector perpendicular.

Si $\vec{B}(x,y)$ és perpendicular $\Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

$$\Rightarrow 5 \cdot x + 12 \cdot y = 0$$

Com que no tenim cap condició suplementària per x i y, podem prendre els valors que vulguem:

$$x = 2 \Rightarrow 10 + 12y = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{-10}{12} = \boxed{\frac{-5}{6}}$$

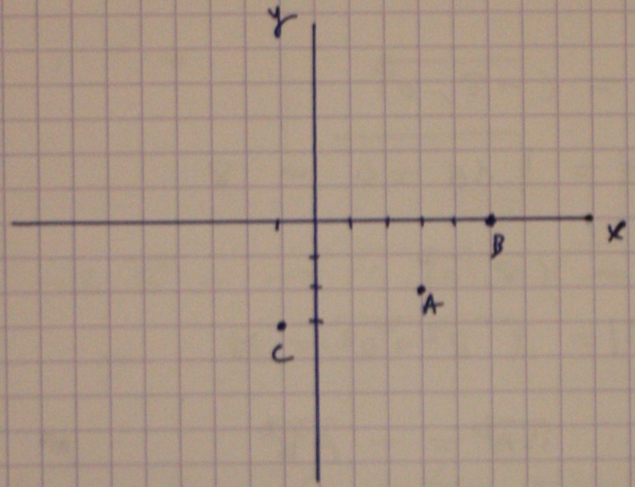
$$\Rightarrow \vec{B}\left(2, -\frac{5}{6}\right).$$

1rB

GEOMETRIA PLANA

EXERCICIS PROPOSATS

147) Els punts $A(3,-2)$, $B(5,0)$ i $C(-1,-3)$ són vèrtexs d'un paral·lelogram. Calculeu la posició de l'altre vèrtex. I trobeu el seu perímetre.



Com que és un paral·lelogram, sabem que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

Si $D = (x,y)$, llavors

$$\overrightarrow{(2,2)} = \overrightarrow{(x+1,\ y+3)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+1 = 2 & \Rightarrow x = 1 \\ y+3 = 2 & \Rightarrow y = -1. \end{cases}$$

$$\Rightarrow D = (1,-1).$$

Per trobar el seu perímetre:

$$P = 2|\overrightarrow{AB}| + 2|\overrightarrow{CA}|$$
$$= 2|\overrightarrow{(2,2)}| + 2|\overrightarrow{(4,1)}|$$

$= 2\sqrt{2^2+2^2} + 2\sqrt{4^2+1^2}$

$= 2\sqrt{8} + 2\sqrt{17} = 2(\sqrt{8}+\sqrt{17})$

148) Donats els punts $A(3,1)$, $B(-5,1)$, $C(-4,-2)$, $D(0,-3)$, calculeu analíticament les components i els mòduls dels vectors:

a) $\vec{AB} = \overrightarrow{(-8,0)}$

$|\vec{AB}| = \sqrt{64+0} = 8$

b) $\vec{BA} = \overrightarrow{(8,0)}$

$|\vec{BA}| = \sqrt{8^2+0^2} = 8$

<u>NOTA</u>: $\vec{BA} = -\vec{AB}$

c) $\vec{BC} = \overrightarrow{(1,-3)}$

d) $\vec{CB} = \overrightarrow{(-1,3)}$

e) $\vec{CD} = (4,-1)$

f) $\vec{AD} = \overrightarrow{(-3,-4)}$

g) $\vec{BD} = \overrightarrow{(5,-4)}$

h) $\vec{CA} = \overrightarrow{(7,3)}$

149) Calculeu l'extrem del vector $\vec{AB} = (3,-4)$ si sabem que el seu origen és donat pel punt $A(2,-5)$

Sigui $C = (x,y)$ l'extrem de $\vec{AB}$

Llavors

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{(3,-4)}$$

$$\overrightarrow{(x-2,\ y+5)} = \overrightarrow{(3,-4)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2=3 & \Rightarrow x=5 \\ y+5=-4 & \Rightarrow y=-9 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ l'extrem final és $(5,-9)$.

b) Trobem l'origen del vector $\overrightarrow{CD} = (-5,1)$ si sabem que el seu extrem final es troba al punt $D(-5,2)$

Sigui $C=(x,y)$.

$$\Rightarrow \quad \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{(-5,1)}$$

$$\overrightarrow{(-5-x,\ 2-y)} = \overrightarrow{(-5,1)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -5-x=-5 & \Rightarrow x=0 \\ 2-y=1 & \Rightarrow y=1 \end{cases}$$

$\Rightarrow C=(0,1)$.

15a) Donats els punts $A(3,0)$, $B(2,3)$, $C(-2,1)$ i $D(7,2)$, esbrina si els vectors següents són equipolents:

a) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$.

Sabem que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{(-1,3)}$ $\qquad \frac{9}{-1} = -9 \neq \frac{1}{3}$

$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{(9,1)}$ $\qquad \Rightarrow$ No.

b) $\vec{AC}$, $\vec{DB}$

$\vec{AC} = \overrightarrow{(-5, 1)}$

$\vec{DB} = \overrightarrow{(-5, 1)}$

Són iguals. Per tant, són equipolents.

c) $\vec{BC}$, $\vec{DA}$

$\vec{BC} = \overrightarrow{(-4, -2)}$

$\vec{DA} = \overrightarrow{(-4, -2)}$

Són iguals, per tant equipolents

151) Les coordenades del punt A són el doble de les del punt B. Sabent que $\vec{AB} = \overrightarrow{(-2,5)}$, calculeu les coordenades dels punts A i B.

$A = (2x, 2y)$

$B = (x, y)$

per l'enunciat

$\vec{AB} = \overrightarrow{(-2,5)} \Rightarrow \overrightarrow{(x-2x, y-2y)} = \overrightarrow{(-2,5)}$

$\Rightarrow \overrightarrow{(-x, -y)} = \overrightarrow{(-2, 5)} \Rightarrow$ $x = 2$, $y = -5$

$\Rightarrow$ $A = (4, -10)$

$B = (2, -5)$

152) Donats els vectors $\vec{u} = \overrightarrow{(7, -4)}$, $\vec{v} = \overrightarrow{(-5, -2)}$ i $\vec{w} = \overrightarrow{(-6, 0)}$, calcula:

a) $5\vec{u} - 2\vec{v} = 5\overrightarrow{(7, -4)} - 2\overrightarrow{(-5, -2)}$

$= (\overrightarrow{35,-20}) + (\overrightarrow{10,4}) = (\overrightarrow{45,-16})$

El seu mòdul és $\sqrt{45^2+(-16)^2} = \sqrt{2281}$.

b) $3\vec{u} - \frac{2}{3}\vec{w} = (\overrightarrow{21,-12}) + (\overrightarrow{4,0}) = (\overrightarrow{25,-12})$

el seu mòdul és $\sqrt{25^2+(-12)^2} = \sqrt{769}$.

c) $-\vec{w} - 3(\vec{u} - \vec{v}) = (\overrightarrow{6,0}) - 3(\overrightarrow{12,-2})$

$= (\overrightarrow{6,0}) + (\overrightarrow{-36,6}) = (\overrightarrow{-30,6})$

el seu mòdul és $\sqrt{(-30)^2+6^2} = \sqrt{936}$

d) $-3\vec{v} + 5\vec{u} + \vec{w} = (\overrightarrow{15,6}) + (\overrightarrow{35,-20}) + (\overrightarrow{-6,0})$

$= (\overrightarrow{44,-14})$

el seu mòdul és $\sqrt{44^2+(-14)^2} = \sqrt{2132}$

153) Trobeu quatre vectors paral·lels i dues perpendiculars al vector $\vec{u}(-5,4)$. En podeu trobar d'unitaris?

Paral·lels.

Per exemple $2\cdot(\overrightarrow{-5,4}) = (\overrightarrow{-10,8})$

$3(\overrightarrow{-5,4}) = (\overrightarrow{-15,12})$

$-1(\overrightarrow{-5,4}) = (\overrightarrow{5,-4})$

$\frac{1}{2}(\overrightarrow{-5,4}) = (\overrightarrow{-\frac{5}{2},2})$

Si volem un vector unitari, hem de veure

Trobem mòdul de $\vec{u}$

$$|\vec{u}| = \sqrt{(-5)^2 + 4^2} = \sqrt{41}.$$

Per tant $\frac{1}{\sqrt{41}}\vec{u}$ serà un vector unitari,

és a dir, $\overrightarrow{\left(\frac{-5}{\sqrt{41}}, \frac{4}{\sqrt{41}}\right)}$ és un vector que

cercam. De fet unitaris i paral·lels

a $\vec{u}$, només n'hi ha dos:

$$\overrightarrow{\left(\frac{-5}{\sqrt{41}}, \frac{4}{\sqrt{41}}\right)} \text{ i } \overrightarrow{\left(\frac{5}{\sqrt{41}}, \frac{-4}{\sqrt{41}}\right)}$$

PERPENDICULARS.

Si $\vec{v}(x,y)$ és perpendicular a $\vec{u}(-5,4)$,

llavors $\vec{u}\cdot\vec{v} = 0 \Rightarrow -5x + 4y = 0$

- Si prenem $x = 1 \Rightarrow y = \frac{5}{4}$

  $\Rightarrow \overrightarrow{\left(1, \frac{5}{4}\right)}$ és perpendicular a $\vec{u}$

- Si prenem $x = 2 \Rightarrow y = \frac{10}{4}$

  $\Rightarrow \overrightarrow{\left(2, \frac{10}{4}\right)}$ és perpendicular a $\vec{u}$

- Si prenem $x = -1 \Rightarrow y = -\frac{5}{4}$

  $\Rightarrow \overrightarrow{\left(-1, -\frac{5}{4}\right)}$ és perpendicular a $\vec{u}$

Ara volem un vector perpendicular i unitari (o sigui ortonormal) a $\vec{u}$.

$\overrightarrow{\left(1, \frac{5}{4}\right)}$ era perpendicular.

Calculem el seu mòdul. Si fos 1, ja hauríem acabat:

$$\left|\overrightarrow{\left(1, \frac{5}{4}\right)}\right| = \sqrt{1+\left(\frac{5}{4}\right)^2}$$

$$= \sqrt{1+\frac{25}{16}} = \sqrt{\frac{41}{16}}$$

$$\Rightarrow \text{el vector } \frac{1}{\sqrt{\frac{41}{16}}}\overrightarrow{\left(1, \frac{5}{4}\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{41}}\overrightarrow{\left(1, \frac{5}{4}\right)} = \overrightarrow{\left(\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{41}}, \frac{5\sqrt{16}}{4\sqrt{41}}\right)}$$

És el vector cercat.

154) Calculeu l'angle que formen els vectors següents i adreçeu conclusions sobre la seva direcció i sentit:

a) $\vec{u}(5,2)$, $\vec{v}(10,4)$

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = 5\cdot 10 + 2\cdot 4 = 58$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{5^2+2^2} = \sqrt{29}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{10^2+4^2} = \sqrt{116}$$

$\Rightarrow$ angle que formen és,

$58 = \sqrt{29} \cdot \sqrt{116} \cdot \cos\alpha$

$58 = 58 \cdot \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = 1$

$\Rightarrow \alpha = 0$

$\Rightarrow$ Tenen la mateixa direcció i sentit

$\Rightarrow$ Són proporcionals (es veu mirant les seves components)

b) $\vec{u}(-3, 15)$
$\vec{v}(2, -10)$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = -6 - 150 = -156$

$|\vec{u}| = \sqrt{9 + 225} = \sqrt{234}$

$|\vec{v}| = \sqrt{4 + 100} = \sqrt{104}$

$-156 = \sqrt{234} \cdot \sqrt{104} \cdot \cos\alpha$

$-156 = 156 \cdot \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = -1$

$\Rightarrow$ mateixa direcció però distint sentit

c) $\vec{u}(3, 4)$
$\vec{v}(-50, 40)$

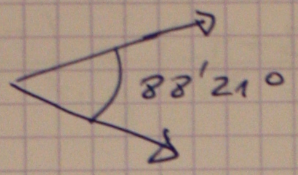
$\vec{u} \cdot \vec{v} = -150 + 160 = 10$

$|\vec{u}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$|\vec{v}| = \sqrt{(-50)^2 + 40^2} = \sqrt{4100}$

$10 = 5 \cdot \sqrt{4100} \cdot \cos\alpha \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{4100}} = \cos\alpha$

$\Rightarrow \alpha = 88'21^\circ \Rightarrow$ diferent direcció



d) $\vec{u}(-3,4)$, $\vec{v}(-2,10)$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = 6 + 40 = 46$

$|\vec{u}| = \sqrt{9+16} = 5$

$|\vec{v}| = \sqrt{4+100} = \sqrt{104}$

$46 = 5 \cdot \sqrt{104} \cdot \cos\alpha$

$\Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{46}{5\sqrt{104}} \simeq 0'902$

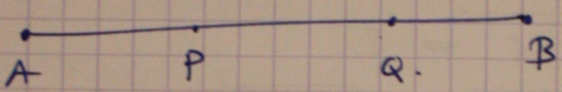
$\Rightarrow \alpha \simeq 25'5^\circ \Rightarrow$ diferent direcció

155) Donats els punts $A(2,3)$ i $B(-5,4)$, doneu els punts que divideixen el segment AB en dues parts iguals, en tres parts iguals i en quatre parts iguals.

a) el punt P que divideix AB en dues parts iguals és el punt mitjà de A i B

$$P = \left(\frac{2-5}{2}, \frac{3+4}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

b) Siguin P, Q els punts que divideixen al segment AB en dues parts iguals



Sabem que $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AP}$

Per tant $\overrightarrow{(-7,1)} = 3\overrightarrow{(x-2, y-3)}$

Si $P=(x,y)$

$$\Downarrow$$

$$\overrightarrow{(-7,1)} = \overrightarrow{(3x-6, 3y-9)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -7 = 3x-6 \Rightarrow -1 = 3x = x = -\frac{1}{3} \\ 1 = 3y-9 \Rightarrow 3y = 10 \Rightarrow y = \frac{3}{10} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = \left(-\frac{1}{3}, \frac{3}{10}\right)$$

Ara sabem que $\overrightarrow{AQ} = 2\overrightarrow{AP}$

$\Rightarrow$ Si $Q=(x,y)$, llavors

$$\overrightarrow{(x-2, y-3)} = 2 \cdot \overrightarrow{\left(-\frac{7}{3}, -\frac{27}{10}\right)}$$

$$\overrightarrow{(x-2, y-3)} = \overrightarrow{\left(-\frac{14}{3}, -\frac{54}{10}\right)}$$

$$\overrightarrow{(x-2, y-3)} = \overrightarrow{\left(-\frac{14}{3}, -\frac{27}{5}\right)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2 = -\frac{14}{3} \Rightarrow 3x-6 = -14 \\ y-3 = -\frac{27}{5} \Rightarrow 5y-15 = -27 \end{cases}$$

$\Rightarrow x = -8/3 \; , \; y = -12/5$

$\Rightarrow Q(-8/3, -12/5)$

c)