UIB
Resolució exercicis proposats. #2.

156) Troba la recta determinada per:

a) Els punts $A(-2,-1)$ i $B(2,4)$

Trobem un vector director de la recta:
Com que A, B pertanyen a la recta, llavors $\overrightarrow{AB}$ és un vector director d'aquesta.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{(4,5)}$$

Per tant, les equacions paramètriques

$$\begin{cases} x = -2 + 4\lambda \\ y = -1 + 5\lambda \end{cases}$$

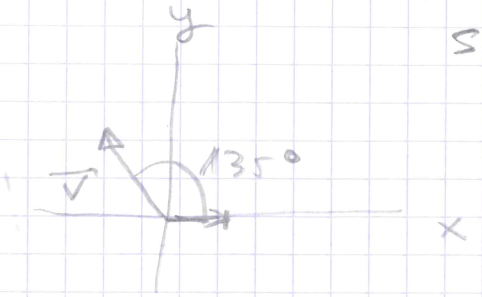
b) El punt $P(1,-4)$ i el vector director $\vec{v}(5,-3)$.

Si anomenem r a aquesta recta, llavors r expressada amb l'eq. contínua és:

$$r: \frac{x-1}{5} = \frac{y+4}{-3}$$

c) El punt $P(-1,-2)$ i l'angle que forma amb l'eix OX és $\alpha = 135°$

Per la segona condició, tenim que el vector director $\vec{v}$ de la recta forma un angle de 135° amb el vector $(1,0)$ (aquest vector està damunt l'eix OX)



Si $\vec{v} = (x, y)$

$$\vec{v} \cdot (1,0) = |\vec{v}| \cdot |(1,0)| \cdot \cos 135°$$

$$x = \sqrt{x^2+y^2} \cdot 1 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{x^2+y^2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \qquad \left[\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 2\right]$$

$$-\sqrt{2}\, x = \sqrt{x^2+y^2}$$

$$\Rightarrow 2x^2 = x^2+y^2 \Rightarrow x^2 = y^2$$

$$\Rightarrow \pm x = \pm y$$

Ara bé, pel dibuix, tenim que l'única solució possible és $x = -y$. (o $-x = y$)

$\Rightarrow \vec{v} = (-y, y)$, amb y un nombre qualsevol

Podem prendre $\vec{v} = (-1,1)$ el seu vector director.

[**NOTA**: Tot això ens ho podríem haver estalviat si haguéssim reparat que un angle de 135° amb l'eix OX vol dir que la recta forma un angle de 45° amb l'eix OY. I el vector $(-1,1)$ forma aquest angle]

$\Rightarrow \quad r \equiv \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+2}{1}$

$r \equiv \dfrac{x-1}{-1} = y+2$

d) El punt $P(1,-1)$ i la pendent $m=2$

Trobem la recta amb l'eq. explícita

$y = mx + n$

Per l'enunciat $m=2 \Rightarrow y = 2x+n$

Com que P està a la recta $\Rightarrow -1 = 2\cdot 1 + n$

$\Rightarrow n = -1-2 = -3$

$\Rightarrow \quad y = 2x-3$ és l'eq. de la recta

e) La pendent $m=2$ i l'ordenada a l'origen -5

$y = 2x-5$

157) Donada la recta r que passa pel punt $P(-5,-3)$ i que té vector director $\vec{v}(12,8)$:

a) Trobeu les equacions vectorials i paramètrica de la recta

Vectorial

Si $X=(x,y)$ pertany a r, llavors

$\overrightarrow{(x,y)} = \overrightarrow{(-5,-3)} + \lambda\,\overrightarrow{(12,8)}$

Paramètrica
$$\begin{cases} x = -5 + 12\lambda \\ y = -3 + 8\lambda \end{cases}$$

b) Troba 3 punts que pertanyin a r:

Simplement hem de substituir valors qualssevol a λ:

Si $\lambda = 1 \Rightarrow \begin{array}{l} x = -5 + 12 = 7 \\ y = -3 + 8 = 5 \end{array} \Rightarrow (7, 5)$

Si $\lambda = -1 \Rightarrow \begin{array}{l} x = -5 - 12 = -17 \\ y = -3 - 8 = -11 \end{array} \Rightarrow (-17, -11)$

Si $\lambda = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{array}{l} x = -5 + 12 \cdot \frac{1}{2} = 1 \\ y = -3 + 8 \cdot \frac{1}{2} = 1 \end{array} \Rightarrow (1, 1)$

Tots aquests punts pertanyen a r.

c) Esbrina si els punts $(-11, -7)$ i $(2, -1)$ pertanyen a la recta.

Aquests punts són de la recta si, i només si, substituint les seves coordenades, verifiquen les equacions de la recta

$$\begin{cases} -11 = -5 + 12\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{-11+5}{12} = -\frac{1}{2} \\ -7 = -3 + 8\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{-7+3}{8} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Com que les λ són la mateixa, això vol dir que el sistema té solució $\Rightarrow$ el punt $(-11, -7)$ pertany a la recta r.

$$\begin{cases} 2 = -5 + 12\lambda \Rightarrow \lambda = \dfrac{2+5}{12} = \dfrac{7}{12} \\ -1 = -3 + 8\lambda \Rightarrow \lambda = \dfrac{-1+3}{8} = \dfrac{1}{4} \end{cases}$$

Com que les λ són diferents $\Rightarrow$ el punt $(2,-1)$ no pertany a la recta.

158) Donada la recta s que passa pel punt $P(4,-3)$ i que té vector director $\vec{v}(2,-7)$

a) Troba l'equació contínua de la recta.

$$s: \frac{x-4}{2} = \frac{y+3}{-7}$$

b) Troba tres punts que pertanyin a s.

- Si $x = 2 \Rightarrow \dfrac{2-4}{2} = \dfrac{y+3}{-7}$

$\Rightarrow -1 = \dfrac{y+3}{-7} \Rightarrow 7 = y+3 \Rightarrow y = 4$

$\Rightarrow (2,4)$ és de s

- Si $x = 4 \Rightarrow \dfrac{4-4}{2} = \dfrac{y+3}{-7} \Rightarrow 0 = y+3$

$\Rightarrow y = -3 \Rightarrow (4,-3)$ és de s

- Si $x = -2 \Rightarrow \dfrac{-2-4}{2} = \dfrac{y+3}{-7}$

$-3 \cdot (-7) = y+3 \Rightarrow 21 - 3 = y \Rightarrow y = 18$

$\Rightarrow (-2,18)$ és de s.

Noteu que prenem valors parells de x per a aconseguir nombres senzills.

c) Esbrina si els punts $(8,-7)$ i $(0,11)$ pertanyen a la recta.

Si $(8,-7)$ fos de s $\Rightarrow$ verificaria l'eq. contínua $\Rightarrow$

$$\frac{8-4}{2} = \frac{-7+3}{-7}$$

$$2 = \frac{-4}{-7} \quad \text{que és fals}$$

$\Rightarrow$ $(8,-7)$ no pertany a la recta s.

Per $(0,11)$ farem el mateix.

$$\frac{0-4}{2} = \frac{11+3}{-7}$$

$$-2 = -2$$

$\Rightarrow$ $(0,11)$ pertany a s.

15a) Dona de la recta s que passa pel punt $P(-2,3)$ i que té vector director $\vec{v}(-1,4)$:

a) Troba l'equació general de la recta.

Farem primer la contínua:

$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-3}{4}$$

$$\Rightarrow (x+2)\cdot 4 = -1\cdot(y-3)$$

$$4x+8 = -y+3$$

$$\boxed{4x+y+5=0}$$

Ho haguéssim pogut fer també així.
Per teoria sabem que el vector $(-B,A)$ és el vector director de s $\Rightarrow B=1$ i $A=4$

$\Rightarrow s: 4x + y + C = 0$

Com que P és de s:

$$4\cdot(-2) + 3 + C = 0$$

$$-8 + 3 + c = 0 \Rightarrow c = 5$$

$$\Rightarrow \boxed{s: 4x + y + 5 = 0}$$

Aquesta darrera tàctica només serveix per 2D.

b) Trobeu dues punts que pertanyin a s

Substituïm valors a l'eq. general.

Si $x = 1 \Rightarrow 4 + y + 5 = 0 \Rightarrow y = -9$

$\Rightarrow (1, -9) \in s$

Si $x = -1 \Rightarrow -4 + y + 5 = 0 \Rightarrow y = -1$

$\Rightarrow (-1, -1) \in s$

Si $y = 3 \Rightarrow 4x + 3 + 5 = 0 \Rightarrow 4x = -8$

$\Rightarrow x = -2$

$\Rightarrow (-2, 3) \in s.$

c) Esbrineu si els punts $(-5, 15)$ i $(4, 3)$ pertanyen a la recta.

Hem de veure si satisfan l'eq. general.

$4\cdot(-5) + 15 + 5 = -20 + 15 + 5 = 0$

$\Rightarrow (-5, 15) \in s.$

$4 \cdot 4 + 3 + 5 = 16 + 3 + 5 = 24 \neq 0$

$\Rightarrow (4,3) \notin s.$

160) Troba l'equació general de la recta que passa pels punts $A(2,3)$ i $B(-3,-2)$.

OPC 1. Feim primer la contínua i després la general.

$\vec{AB} = (-5,-5)$

Podem prendre $\overrightarrow{(-1,-1)}$ com el vector director.

$$\Rightarrow \frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1}$$

$$\Rightarrow -x+2 = -y+3$$

$$\Rightarrow \boxed{-x+y-1=0}$$

OPC 2. Feim la explícita i després la general.

$$y = mx + n$$

$$\begin{cases} 3 = 2m + n \Rightarrow n = 3 - 2m \\ -2 = -3m + n \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$-2 = -3m + 3 - 2m$$

$$-5 = -5m \Rightarrow m = 1$$

$$\Rightarrow n = 3 - 2 \cdot 1 = 1$$

$$\Rightarrow y = x + 1 \Rightarrow \boxed{-x+y-1=0}$$

OPC3 (Nomesa 2D)

$A'x + B'y + C' = 0$

$\overrightarrow{AB} = (-5, -5) = (-B', A')$

$\Rightarrow B' = 5, \quad A' = -5$

$\Rightarrow$ la recta es $-5x + 5y + c' = 0$

Con que $A = (2,3) \Rightarrow -5 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + c' = 0$

$\Rightarrow -10 + 15 + c' = 0$

$c' = -5$

$\Rightarrow$ la recta es $-5x + 5y - 5 = 0$

(simplificado $-x + y - 1 = 0$)

a) passa pel punt $A(-3,-1)$ i té pendent $m=-2$

$y = mx + n$

és l'eq. explícita d'una recta genèrica.

Com que $m=-2 \Rightarrow y = -2x + n$

Com que A està a la recta $\Rightarrow -1 = -2\cdot(-3) + n$

$\Rightarrow n = -1 - 6 = -7 \Rightarrow$ la recta és

$\boxed{y = -2x - 7}$

b) passa pel punt $A(-4,-2)$ i $B(-3,-1)$

Com que no demanen cap equació concreta, fem la paramètrica.

$\vec{AB} = (1,1)$ és el vector director

$$\begin{cases} x = -4 + \lambda \\ y = -2 + \lambda \end{cases}$$

c) passa pel punt $A(-5,2)$ i té coordenada a l'origen -4

$y = mx - 4$

I passa per A $\Rightarrow$ $2 = m\cdot(-5) - 4$

$\Rightarrow 2 = -5m - 4 \Rightarrow m = \frac{2+4}{-5} = \frac{-6}{5}$

$\Rightarrow \boxed{y = -\frac{6}{5}x - 4}$

162) Trobeu un punt i el vector director de cadascuna d'aquestes rectes:

a) $\overrightarrow{(x,y)} = \overrightarrow{(-10,-4)} + k\,\overrightarrow{(-9,7)}$

Es tracta de l'eq. vectorial.

$(-10,-4)$ és el punt inicial

$\overrightarrow{(-9,7)}$ és el v.d

b) $\dfrac{x-15}{-1} = \dfrac{y+2}{6}$

És recta de l'eq. contínua $\rightarrow$ $\overrightarrow{(-1,6)}$ és el v.d

$(15,-2)$ és un punt

c) $2x - 5y + 3 = 0$

És recta de l'eq. general.

<u>OPC 1</u> $\overrightarrow{(-B,A)}$ és el v.d

$\overrightarrow{(5,2)}$ és el v.d

I substituint trobem un punt.

$x = 0 \Rightarrow -5y + 3 = 0 \Rightarrow y = \frac{-3}{-5} = \frac{3}{5}$

$\Rightarrow (0, \frac{3}{5})$ és un punt

<u>OPC 2</u>. Trobem dos punts A i B de la recta i $\overrightarrow{AB}$ serà un vector director.

Si $x = 1 \rightarrow 2 - 5y + 3 = 0$

$\Rightarrow y = \frac{-5}{-5} = 1$

$\rightarrow (1,1)$ és de la recta.

Per tant $A = (0, \frac{3}{5})$, $B = (1,1)$ són dos punts de la recta.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{(1, \frac{2}{5})}$ és un v.d.

NOTA: $5 \cdot \overrightarrow{AB}$ = al vector director trobat abans.

d) $y = -5x + 10$

Triem un punt:

A: si $x = 0 \Rightarrow y = 10 \Rightarrow (0, 10)$

B: si $x = 1 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow (1, 5)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{(1, -5)}$

e) $\begin{cases} x = 2 - 8k \\ y = 3 + 6k \end{cases}$

Es recta d'una eq. paramètrica.

$(2, 3)$ és un punt

$\overrightarrow{(-8, 6)}$ és un vector director.

f) $x - 5 = \dfrac{y + 4}{12}$

És una eq. contínua $\rightarrow$ v.d és $\overrightarrow{(1, 12)}$

punt $(5, -4)$

g) $x + 3y + 1 = 0$

És una eq. general.

Si $y = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow (-1, 0)$ és un punt

Si $y = 2 \Rightarrow x = -1 - 6 = -7 \Rightarrow (-7, 2)$ és un punt

$\Rightarrow \overrightarrow{(6, -2)}$ és un vector director

h) $y = -\frac{3}{2}x - 2$

$(0, -2)$ és un punt

Si $x = 2 \Rightarrow y = -5 \Rightarrow (2, -5)$ és un punt

c) $\begin{cases} x = -7 - k \\ y = 11 + k \end{cases}$

És una eq. paramètrica

$(-7, 11)$ és un punt

$\overrightarrow{(-1, 1)}$ és un v.d.

d) $\dfrac{-x-5}{-1} = \dfrac{4y+4}{8}$

No és exactament una eq. contínua. La hem de transformar.

$$\frac{-x-5}{-1} = \frac{x+5}{1}$$

$$\frac{4y+4}{8} = \frac{4(y+1)}{8} = \frac{y+1}{4}$$

$\Rightarrow \dfrac{x+5}{1} = \dfrac{y+1}{4}$ que és l'eq. contínua.

$\Rightarrow \overrightarrow{(1, 4)}$ és el v.d.

$(-5, -1)$ és un punt.

k) $-2x - y - 12 = 0$

És la recta de l'eq. general

$\overrightarrow{(-B, A)}$ és el v.d. $\Rightarrow \overrightarrow{(1, -2)}$ és v.d.

Si $x = 1 \Rightarrow y = -2 - 12 = -14$

$\Rightarrow (1, -14)$ és un punt.

e) $y = x + 4$

Si $x = 1 \Rightarrow y = 5$ $(1, 5)$

Si $x = 2 \Rightarrow y = 6$ $(2, 6)$ són punts.

163) Indiqueu si els punts següents estan alineats:

a) $A(-1,1)$, $B(2,1)$, $C(8,5)$

A, B, C estan alineats si, i només si, $\vec{AB}$ i $\vec{AC}$ són proporcionals.

$\vec{AB} = \overrightarrow{(3, 0)}$

$\vec{AC} = \overrightarrow{(9, 4)}$

Clarament no són proporcionals: $\frac{3}{9} \neq \frac{0}{4}$

b) $D(-1,2)$, $E(0,0)$, $F(2,-2)$

$\vec{DE} = \overrightarrow{(1, -2)}$

$\vec{DF} = \overrightarrow{(3, -4)}$

$\frac{3}{1} \neq \frac{-4}{-2}$

$\Rightarrow$ D, E, F no estan alineats.

En cas negatiu, obteniu-ne un que hi estigui:

a) $\vec{AB} = \overrightarrow{(3, 0)}$

$G = (x, y)$

$\vec{AG} = \overrightarrow{(x+1, y-1)}$

$\vec{AB}$ i $\vec{AG}$ han de ser proporcionals

$y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1$

i x pot ser arbitrari.

b) $H = (x, y)$

$\overrightarrow{DE} = (1, -2)$ $\qquad$ $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{DH}$

$\overrightarrow{DH} = (x+1, y-2)$ $\qquad$ han de ser proporcionals

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2}$$

$$\Rightarrow \quad -2(x+1) = 1(y-1)$$

$$-2x - 2 = y - 1$$

$$-2x - y - 1 = 0$$

Triem $x = 2 \Rightarrow y = -5 \Rightarrow (2, -5)$

Per tant, $(2,-5)$ està alineat amb D i E.

164) Estudieu la posició relativa de les rectes següents:

a) $r: 6x - 15y + 1 = 0$

$s: -10x + 25y + 1 = 0$

Passarem les equacions de les rectes a eq. explícites

$$r: \quad y = -\frac{6x - 1}{-15} = \frac{6}{15}x + \frac{1}{15} = \frac{2}{5}x - \frac{1}{15}$$

$$s: \quad y = \frac{10x - 1}{25} = \frac{10}{25}x - \frac{1}{25} = \frac{2}{5}x - \frac{1}{25}$$

Com que el pendent de r i s és la mateixa $\left(\frac{2}{5}\right)$, llavors són paral·leles.

b) $r: 2x - 10y + 8 = 0$

$s: x + 5y + 4 = 0$

Podríem fer-ho com l'exercici anterior, però ho farem diferent. Trobarem els vectors directors de r i s.

Si $x = 0 \Rightarrow y = \frac{-8}{-10} = \frac{4}{5} \Rightarrow (0, \frac{4}{5}) \in r$

Si $x = 1 \Rightarrow y = \frac{-10}{-10} = 1 \Rightarrow (1,1) \in r$

$\Rightarrow$ el seu vector director és $\overrightarrow{(1, \frac{1}{5})}$

Podem prendre com a v.d $\overrightarrow{(5, 1)}$

Si $x = 0 \Rightarrow y = \frac{-4}{5} \Rightarrow (0, \frac{-4}{5}) \in s$

Si $x = 1 \Rightarrow y = \frac{-5}{5} = -1 \Rightarrow (1, -1) \in s$

$\Rightarrow \overrightarrow{(1, -\frac{1}{5})}$ és un vector director de s.

Podem prendre $\overrightarrow{(5, -1)}$

Els vectors directors de r i s són diferents

$\Rightarrow$ les rectes són secants (es tallen)

c) $r: y = 2x + 3$

$s: y = 2x + 1$

Com que r i s tenen la mateixa pendent ($m = 2$), llavors poden ser paral·leles o coincidents. Però tenen distinta ordenada a l'origen (r la té igual a 3 i s, a 1)

$\Rightarrow$ són paral·leles

d) $r: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-5}{4}$

$s: \dfrac{x-2}{-3} = \dfrac{y+4}{-12}$

$\vec{v_r} = \overrightarrow{(1,4)}$ és el v.d de r

$\vec{v_s} = \overrightarrow{(-3,-12)}$ és el v.d de s.

Clarament $v_r \cdot (-3) = \vec{v_s}$. Per tant, les rectes o són paral·leles o són coincidents.

Per descartar que són coincidents basta veure que un dels punts d'una recta no està a l'altra.

$(2,-4) \in s$.

Vegem si és o no de r:

$$\frac{2-1}{1} \overset{?}{=} \frac{-4-5}{4}$$

$$1 \overset{?}{=} \frac{-9}{4}$$

NO $\Rightarrow (2,-4) \notin r$

$\Rightarrow$ r i s són paral·leles

e) $r: 2x + 6y + 4 = 0$

$s: -3x - 9y - 6 = 0$

Passem-les a eq. explícites

$r: 6y = -2x - 4 \Rightarrow r: y = \dfrac{-2x-4}{6}$

$\Rightarrow r: y = -\dfrac{1}{3}x - \dfrac{2}{3}$

$s: y = \dfrac{3x+6}{-9} = -\dfrac{1}{3}x - \dfrac{2}{3}$

Com que r i s coincideixen ⇒ són la mateixa recta.

f) $r: y = x + 1$

$s: y = -x + 1.$

Les pendents de r i s són diferents ⇒ són secants

g) $r: y = 3x + \frac{1}{2}$

$s: 6x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow s: y = \frac{-6x - 1}{-2}$

$\Rightarrow s: y = 3x + \frac{1}{2}$

⇒ són coincidents

h) $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{4} \Rightarrow \vec{v_r} = \overrightarrow{(1,4)}$

$s: \begin{cases} x = -10 - k \\ y = 2 + k \end{cases} \Rightarrow \vec{v_s} = \overrightarrow{(-1,1)}$

Com que no són proporcionals: $\frac{1}{-1} \neq \frac{4}{1}$

⇒ són secants

i) $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{4} \Rightarrow \vec{v_r} = \overrightarrow{(1,4)}$

$s: 2x - y + 5 = 0 \Rightarrow$ Per teoria, el vd és

$\vec{v_s} = \overrightarrow{(-B,A)} = \overrightarrow{(1,2)}$

$\vec{N_s}$ i $\vec{v_r}$ no són proporcionals $\left(\frac{1}{1} \neq \frac{4}{2}\right)$

Per tant, r i s són secants.

165) Trobeu el punt d'intersecció de les rectes següents de l'exercici anterior

b) $r: 2x - 10y + 8 = 0$

$s: x + 5y + 4 = 0$

Un punt de tall verificarà les dues equacions

$$\begin{cases} 2x - 10y + 8 = 0 \\ x + 5y + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$x = -5y - 4$$

$$\Rightarrow 2(-5y-4) - 10y + 8 = 0$$

$$-10y - 8 - 10y + 8 = 0$$

$$-20y = 0$$

$$y = 0$$

$$\Rightarrow x = -5 \cdot 0 - 4 = -4$$

$\Rightarrow (-4, 0)$ és el punt de tall.

f) $r: y = x + 1$

$s: y = -x + 1$

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -x + 1 \end{cases} \Rightarrow x + 1 = -x + 1$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

$\Rightarrow y = 0 + 1 = 1 \Rightarrow (0, 1)$ és el punt de tall.

h) $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{4}$

$s: \begin{cases} x = -10-k \\ y = 2+k \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{-10-k-1}{1} = \frac{2+k-5}{4}$$

$$-k-11 = \frac{k-3}{4}$$

$$-4k-44 = k-3$$

$$-5k = 41$$

$$k = -\frac{41}{5}$$

$$\Rightarrow x = -10 + \frac{41}{5} = -\frac{9}{5}$$

$$y = 2 - \frac{41}{5} = -\frac{31}{5}$$

el punt de tall és $\left(-\frac{9}{5}, \frac{-31}{5}\right)$

i) $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{4}$

$s: 2x - y + 5 = 0 \Rightarrow y = 2x+5$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{2x+5-5}{4}$$

$$x-1 = \frac{2x}{4}$$

$$4x-4 = 2x \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow \underline{x=2}$$

166) Trobeu la recta paral·lela a la recta r que passa pel punt P en els casos següents:

a) $r: 4x - 5y + 3 = 0$,
$P(-3, 5)$

Si s és la recta cercada, llavors $\vec{v_s}$ el seu vector director ha de ser proporcional a $\vec{v_r} = \overrightarrow{(5,4)}$. En particular, podem prendre $\vec{v_s} = \vec{v_r}$

$$s: \begin{cases} x = -3 + 5\lambda \\ y = 5 + 4\lambda \end{cases}$$

b) $r: \dfrac{x+5}{-2} = \dfrac{y+1}{-3}$

$P(4, -10)$

La recta paral·lela a r pot tenir com a v.d $\overrightarrow{(-2,-3)}$. Per tant

$$\frac{x-4}{-2} = \frac{y+10}{-3}$$

c) $r: y = -5x + 3$
$P(-1, 1)$

Si s és la recta paral·lela, llavors $y = -5x + n$.

Però com que P està a s, llavors

$$1 = -5 \cdot 1 + n \Rightarrow n = 6$$

$\Rightarrow s: y = -5x + 6$

167) Indiqueu si els parells de rectes següents són perpendiculars

a) $r: x - 5y + 1 = 0 \Rightarrow \vec{v_r} = (5,1)$

$s: 10x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow \vec{v_s} = (-2,10)$

Si r i s fossin perpendiculars $\Leftrightarrow \vec{v_r} \cdot \vec{v_s} = 0$

$\Leftrightarrow 5 \cdot (-2) + 1 \cdot 10 = 0 \Leftrightarrow$ que és veritat.

$\Rightarrow$ r i s són perpendiculars.

b) $r: y = 2x + 4$

$s: y = -\frac{1}{2}x + 8.$

Trobem el seu vector director:

si $x = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow (0,4) \in r$

si $x = 1 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow (1,6) \in r$

$\Rightarrow \vec{v_r} = (1,2)$ és el seu v. director.

si $x = 0 \Rightarrow y = 8 \Rightarrow (0,8) \in s$

si $x = 2 \Rightarrow y = 7 \Rightarrow (2,7) \in s$

$\Rightarrow (2,-1)$ és el seu v. director

clarament $\vec{v_r} \cdot \vec{v_s} = 0 \Rightarrow$ r i s són perpendiculars.

T Si haguéssim aplicat la teoria que una recta que tingui pendent igual a $\frac{-1}{}$ és

c) $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{4}$

$s: \frac{x-2}{4} = \frac{y+4}{-1}$

$\vec{v_r} = (1, 4)$ $\quad$ clarament $\vec{v_r} \cdot \vec{v_s} = 0$

$\vec{v_s} = (4, -1)$

$\Rightarrow$ r i s son perpendiculars.

d) $r: x + y + 4 = 0 \Rightarrow y = -x - 4$

$s: -x - y - 1 = 0 \Rightarrow y = -x - 1$

$\Rightarrow$ No son perpendiculars sinó paral·lels (tenen la mateixa pendent)

e) $r: y = x + 1 \Rightarrow -x + y - 1 = 0$

$\Downarrow$

$\vec{v_r} = (-1, -1)$

$s: y = -x - 2$

$\Downarrow$

$x + y + 2 = 0 \Rightarrow \vec{v_s} = (-1, 1)$

I $\vec{v_r} \cdot \vec{v_s} = 1 - 1 = 0 \Rightarrow$ r i s són perpendiculars.

f) $r: \frac{x-1}{3} = \frac{y-5}{7} \Rightarrow \vec{v_r} = (3, 7)$

$s: 7x + 3y + 5 = 0 \Rightarrow \vec{v_s} = (-3, 7)$

$\Rightarrow \vec{v_r} \cdot \vec{v_s} = 8 - 9 + 49 \neq 0$

$\Rightarrow$ r i s **no** son perpendiculars

1 6~~8~~) Trobeu l'equació de la recta perpendicular a la recta r que passa pel punt P.

a) $r: 4x - 5y + 3 = 0$

$P(-3, 5)$

El vector director de r és $\overrightarrow{(5,4)} = \overrightarrow{v_r}$

I clarament el vector $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{(-4,5)}$ és perpendicular a $\overrightarrow{v_r}$:

$\overrightarrow{w} \cdot \overrightarrow{v_r} = -4 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 0.$

Per tant la recta cercada és:

$$\frac{x+3}{-4} = \frac{y-5}{5}$$

b) $r: \frac{x+5}{-2} = \frac{y+1}{-3}$

$P(4, -10)$

Tenim que el vector director de r és $\overrightarrow{v_r} = \overrightarrow{(-2,-3)}$

clarament $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{(3,-2)}$ és perpendicular a $\overrightarrow{v_r}$:

$3 \cdot (-2) + (-2) \cdot (-3) = 0$

Per tant, la recta cercada és:

$$\frac{x-4}{3} = \frac{y+10}{-2}$$

c) $r: y = -5x + 3$

$P(-1, 1)$

En primer lloc cerquem el vector director de r:

Si $x = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow (0, 3)$ és punt de r

Si $x = 1 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow (1, -2)$ " " "

$\Rightarrow \overrightarrow{(-1, 5)}$ és el vector director de r.

clarament $\vec{w} = (5, 1)$ és un vector perpendicular

a $\vec{v_r}$: $(-1)\cdot 5 + 5\cdot 1 = 0$

Per tant, la recta cercada és

$$\begin{cases} x = -1 + 5\lambda \\ y = 1 + \lambda \end{cases}$$

d) $r: \begin{cases} x = 3 + 5\lambda \\ y = -2 - 6\lambda \end{cases}$

$P(1,1)$

Tenim que $\vec{v_r} = (5, -6)$ és el v. d. de r.

$\vec{w} = (6, 5)$ és perpendicular a $\vec{v_r}$:

$6\cdot 5 + 5\cdot(-6) = 0$

Per tant:

$$s: \begin{cases} x = 1 + 6\lambda \\ y = 1 + 5\lambda \end{cases}$$

és la recta cercada

169) Calculeu el valor de a per a què les rectes $r: 3x + ay + 4 = 0$

i $s \equiv 4x - 2y - 1 = 0$ siguin:

a) paral·leles.

Trobem els seus vectors directors

$\vec{v_r} = (-a, 3)$

$\vec{v_s} = (2, 4)$

Si són paral·leles $\Rightarrow$ han de ser proporcionals.

$\Rightarrow -\frac{a}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow -4a = 6 \Rightarrow \boxed{a = -\frac{3}{2}}$