

Apunts d'ESPA de Matemàtiques

EXERCICIS PROCEDIMENTALS I ALGUNS APUNTS
TEÒRICS DE MATEMÀTIQUES PER A LES CLASSES
DE L'EDUCACIÓ SECUNDÀRIA PER A PERSONES
ADULTES (ESPA) DE LES ILLES BALEARS

Xavier Bordoy



Quant a l'autor

Xavier Bordoy
Professor de Matemàtiques de Secundària
CEPA Camp Rodó (Palma, Illes Balears)
Correu electrònic: somenxavier@posteo.net

Drets d'autor

© 2021 Xavier Bordoy. Tots els drets reservats. Llevat que s'hi indiqui el contrari (vegeu la pàgina [ii](#)), aquesta obra està subjecta a la llicència “Reconeixement 4.0 Internacional de Creative Commons” (CC-BY 4.0). Per veure una còpia de la llicència, visiteu <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>.

Això vol dir, *essencialment*, que podeu copiar, modificar i distribuir qualsevol part de l'obra com vulgueu, sempre que en citeu la font de manera explícita, d'acord amb els termes de la llicència.



Personalment consider que és un honor que useu, copieu o distribuïu aquesta obra, o alguns fragments, per les finalitats que considereu oportunes. M'agradaria que m'ho comunicassi si així ho féssiu i, en aquest cas, estaria particularment orgullós d'haver aportat el meu gra d'arena per fer un material que altres persones consideren útil.

Informació del document

Mathematics Subject Classification (2020): 00-01, 00A06, 00A07

La versió d'aquest document és la [0.1.dev.2021-05-14](#)¹. Està compilat amb els modes següents:
espa2.

Aquest document ha estat generat, divendres 14 maig 2021 a les 10:57, usant programari lliure (CONTEXT versió 20200310 MKIV, lUATEX versió 1.12 i PGF/TikZ) sota un entorn GNU/Linux. La revisió d'aquest document és la número 7. El conjunt de les versions s'administra amb [git](#).

El document ha estat mecanografiat. Encara que s'hagi revisat diverses vegades és possible que hi hagi errors — el més probable de tipus tipogràfic o gramatical. Si en detecteu algun, si us plau, aviseu-me per correu electrònic. D'altra banda, si adapteu o modifiqueu aquesta obra i considereu que el canvi ha estat per millorar-la, us agrairia que m'ho comunicués i, si el canvi és del meu gust, l'incorporaré a l'obra original en els mateixos termes de la llicència.

¹ <https://repo.or.cz/apunts-espa-matematiques.git>

Continguts aliens

Els continguts següents no són d'el·laboració pròpia i com a tals es distribueixen amb les seves corresponents llicències i autories. L'ús dels materials aliens es realitza acollint-se al dret de cita de l'article 32.2 de la Llei de Propietat Intel·lectual (Real Decreto Legislativo 1/1996, de 12 d'abril de 1996. [Entrada 8930](#) del BOE 97, de 22 d'abril de 1996) i del *Fair Use* de la Legislació dels Estats Units d'Amèrica (vegi's https://en.wikipedia.org/wiki/Fair_use) per a fins docents.

- Exercicis 7 i 8 del document “Posició de nombres enters” (camí: Recursos → Nombres → Nombres enters → Concepte de nombre enter). © Anònim 2005 CC-BY-NC-SA. toomates.net
- Exercicis de l'*a* al *g* del document “Suma i resta de nombres enters sense cancel·lació de signes” (camí: Recursos → Nombres → Nombres enters → Suma i resta de nombres enters sense cancel·lació de signes). © Gerard Romo Garrido 2006 CC-BY-NC-SA. toomates.net
- Exercicis del document “Multiplicació i divisió de nombres enters” (camí: Recursos → Nombres → Nombres enters → Multiplicació i divisió de nombres enters). © Pilar Compte 2007 CC-BY-NC-SA. toomates.net
- Exercicis del document “Operacions combinades amb nombres enters” (camí: Recursos → Nombres → Nombres enters → Operacions combinades amb nombres enters). © Anònim 2007 CC-BY-NC-SA. toomates.net
- L'exercici ?? correspon a l'exercici 23 del document *Proporcionalitat*. © 2008 IES LLobregat, Joan Carles Sampera Bonet. El material es distribueix sota llicència “Creative Commons Reconeixement-NoComercial-CompartirIgual 3.0 No adaptada” (CC BY-NC-SA 3.0). Disponible a www.toomates.net/Llistes/a2008/nov/materials_sampera/Proporcionalitat.doc
- Als exercicis ?? i ??, s'han utilitzat els [mapes de Google](#). © 2010 Google.
- Als exercicis ??, ??, ??, ??, ??, ??, ??, ??, ??, 6, 7 i ?? s'han utilitzat els mapes de l'OpenStreetMap.org amb els mosaic de l'[equip Humanitari](#), que estan llicenciats sota [ODbL](#) i [CC-BY-SA 2.0](#). © 2014 Col·laboradors d'OpenStreetMap.
- Als exercicis ??, ?? i ?? s'ha utilitzat el servei de [Project OSRM](#) © 2014 Project OSRM.

- Els exercicis ??, ??, ??, ??, ??, ??, ??, ??, ?? i ?? són adaptacions o reproduccions de materials de toomates.net:
 - Dossier “Semblança, girs i translacions” (camí: Recursos → Geometria → Figures geomètriques en el pla → Semblança). © Joan Carles Sampera Bonet 2008 CC-BY-NC-SA.
 - Document “6 exercicis amb el Teorema de Tales” (camí: Recursos → Geometria → Figures geomètriques en el pla → Teorema de Tales). © Toomates.net 2005 CC-BY-NC-SA.
 - Document “Teorema de Tales (I)” (camí: Recursos → Geometria → Figures geomètriques en el pla → Teorema de Tales). © Toomates.net 2005 CC-BY-NC-SA.
- A l'exercici ??, s'ha usat del programa [Marble Virtual Globe](#) (versió 1.8.20), el qual es distribueix sota llicència GNU LGPL 2, amb la capa *Moon Elevation* que es renderitza a partir de les dades de la NASA/SDIO i la USGS Astrogeology Research Program, les quals estan en el domini públic. 2008.
- A l'exercici ??, s'ha usat la imatge [718smiley.svg](#), de Wikimedia Commons, que es distribueix sota llicència CC-BY-SA 3.0. © 2008 Wikimedia Commons.
- A la secció “”, s'han usat les imatges “[The Leaning Tower of Pisa SB.jpeg](#)” CC-BY-SA 3.0 (© 2013 W. Lloyd MacKenzie i Wikimedia Foundation), l'arxiu “[Protactor Rapporteur Degrees V3](#)” CC0 1.0 (© 2011 Wikimedia Foundation). Aquesta secció està fortament inspirada en la [fitxa 25](#) de n'Anton Aubanell.
- A la secció “” per a l'elaboració dels exercicis ??, ??, ??, ??, ??, ??, ??, ??, ?? i ?? s'han usat els exercicis de na Margalida Garcias *ESPA 2 Matemàtiques*. Editorial Talaiot. Palma, 2012. Distribuït sota llicència CC-BY-NC-SA 3.0 a partir dels materials del programa *Educación Digital A Distancia* de Luis Barrios Calmaestra, Andrés Cassinello Espinosa, Juan Jesús Cañas Escamilla, José R. Galo Sánchez, Miguel Martín Cano, Carmel Ramírez García, Francisco J. Rodríguez Villanego i Consolación Ruíz Gil (traducció: Sergi del Moral Carmona i Zoila Pena i Terrén) també distribuït sota llicència CC-BY-NC-SA 3.0 Espanya.
- Els exercicis ??, ??, ?? i ?? estan extrets del llibre de text d'en Daniel Santos, Pilar García, Carmen Vázquez, Antonio Nevot, José Gil, Andrés Nortés Checa *Matemàtiques 4t Curs*. Editorial Santillana. © 1996.

- Les pàgines “”, “”, “”, “”, “”, “”, “”, “” i “” (pàgines de ?? a ??) s’han extret del llibre de na Margalida Garcias *ESPA 2 Matemàtiques*. Editorial Talaiot. Palma, 2012. Distribuït sota llicència CC-BY-NC-SA 3.0 a partir dels materials del programa *Educación Digital A Distancia* de Luis Barrios Calmaestra, Andrés Cassinello Espinosa, Juan Jesús Cañas Escamilla, José R. Galo Sánchez, Miguel Martín Cano, Carmel Ramírez García, Francisco J. Rodríguez Villanego i Consolación Ruíz Gil (traducció: Sergi del Moral Carmona i Zoila Pena i Terrén) també distribuït sota llicència CC-BY-NC-SA 3.0 Espanya.
- L’exercici ?? està fortament inspirat en la reflexió de n’Ewan Weinberg. “An Easy Transformation”. © 2015 Ewan Weinberg. Disponible a <http://evanweinberg.com/2015/10/16/an-easy-transformation/>.
- L’exercici ?? està inspirat en “A12 Fencing” de MathShell, disponible a <http://map.mathshell.org/materials/tasks.php?taskid=369>. © 2012 The MAP Summative Assessment Tasks. El material està disponible sota llicència “Reconeixement-NoComercial-SenseObraDerivada 3.0 No adaptada” (CC-BY-NC-ND 3.0).
- L’exercici ?? està extret de l’entrada “Real-World Math That Isn’t Real To Students” del blog d’en Dan Meyer, disponible a <http://blog.mrmeyer.com/2013/real-world-math-that-isnt-real-to-students/>. © Dan Meyer. El material es distribuïa sota la llicència “Reconeixement 3.0 Estats Units d’Amèrica” (CC BY 3.0 US). Ara es distribueix sota la llicència “Reconeixement 4.0 Internacional” (CC-BY 4.0).
- L’exercici ?? està extret de l’exercici 12 del tema “Funciones y gráficas” del llibre “Llibre de text de 3r d’ESO” (pàgina 227). Editorial Anaya que es pot consultar a la pàgina del [departament de Matemàtiques de l’IES Arroyo](http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/matematicas/matematicas.htm), disponible a <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/matematicas/matematicas.htm>. © Anaya.
- A l’exercici ??, la imatge del tanc (figura ??) s’ha extreta de la [plana web](http://www.geograph.org.uk/more.php?id=3633065) del Neil Theasby (<http://www.geograph.org.uk/more.php?id=3633065>). La imatge es titula “Old fuel tank on abandoned military camp” i es distribueix sota llicència “Creative Commons Reconeixement. CompartirIgual 2.0” (CC-BY-SA 2.0)
- Els exercicis ?? està extret de la pàgina de *Math is Fun* (<http://www.mathsisfun.com/algebra/quadratic-equation-real-world.html>). © Math is Fun 2014.

- Als exercicis ??, ??, ?? i ??, la idea i els continguts estan extrets de *Llibre de text de 3r d'ESO*. Tema “Funciones y gráficas”. Ed. Anaya. Exercicis 1, 2, 4, 5, 12, 15, 14, respectivament. Pàgines 225-228. IES Arroyo. Dpt. Matemàtiques ([Averroes](#)).
- L'exercici ?? està adaptat a partir de l'exercici “Favorables i possibles” (quadre 15, pàgina 206) del llibre *Ensenyar matemàtiques* de Claudi Alsina, Carme Burgués, Josep Maria Fortuny, Joaquim Giménez i Montserrat Torra. Editorial Graó. © 2006
- L'exercici ?? està adaptat a partir de l'exercici “Practica els complementaris” (pàgina 208) del llibre *Ensenyar matemàtiques* de Claudi Alsina, Carme Burgués, Josep Maria Fortuny, Joaquim Giménez i Montserrat Torra. Editorial Graó. © 2006.
- Els exercicis ??, ??, ??, ??, ??, ??, ??, ??, ?? i ?? estan extrets del llibret *Curs de preparació per a la prova d'accés a cicles formatius de grau superior* de n'Àlicia Espuig Bermell. © Àlicia Espuig Bermell 2009, distribuït sota llicència “Creative Commons Reconeixement-NoComercial-CompartirIgual 3.0 No adaptada” ([CC-BY-NC-SA 3.0](#))
- Els exercicis ??, ??, ??, ?? i ?? estan extrets del llibre electrònic “Matemàtiques 4t Opció B” de la col·lecció *Educación Digital a Distancia*. © 2011 José Luis Alonso Borrego, Luis Barrios Calmaestra, Miguel Ángel Cabezón Ochoa, José Ireno Fernández Rubio, María José García Cebrián, Consolación Ruiz Gil. Traducció: Sergi del Moral Carmona, Zoila Pena i Terrén i Incyta Multilanguage, SL. Distribuït sota llicència “Creative Commons Reconeixement-NoComercial-CompartirIgual 3.0 Espanya” ([CC-BY-NC-SA 3.0 ES](#))
- L'exercici ?? s'ha extret del llibre electrònic “Matemàtiques 4t Opció A” de la col·lecció *Educación Digital a Distancia*. © 2011 José Luis Alonso Borrego, Luis Barrios Calmaestra, Miguel Ángel Cabezón Ochoa, José Ireno Fernández Rubio, María José García Cebrián, Consolación Ruiz Gil. Traducció: Sergi del Moral Carmona, Zoila Pena i Terrén i Incyta Multilanguage, SL. Distribuït sota llicència “Creative Commons Reconeixement-NoComercial-CompartirIgual 3.0 Espanya” ([CC-BY-NC-SA 3.0 ES](#))
- Els exercicis ??, ??, ??, ??, ??, ??, ??, ??, ?? i ?? s'han extret del web [toomates.net](#) distribuïts sota llicència “Creative Commons de Reconeixement-NoComercial-CompartirIgual 3.0 No adaptada” ([CC-BY-NC-SA 3.0](#)). © 2007-2009 Gerard Romo, Joan Carles Sampera Bonet, Oriol Olivé i Ana Rodríguez.

- Les imatges dels exercicis ?? i ?? s’han pres de la [tasca 595](#) de MathShell *Representing Data Using Grouped Frequency Graphs and Box Plots*. © 2014 MARS, Shell Center, University of Nottingham. Distribuïda sota llicència “Reconeixement-NoComercial-SenseObraDerivada 3.0 No adaptada” (CC-BY-NC-ND 3.0).
- El codi font de la figura ?? és una obra derivada de la figura “Example: Cuboid in a 2 vanishing points perspective” (<http://www.texample.net/tikz/examples/cuboid/>). © Florian Lesaint. Distribuït sota llicència “Creative Commons Reconeixement 4.0 Internacional” (CC-BY 4.0).
- Els exercicis ??, ??, ??, ??, ??, ??, ??, ?? i ?? són de “Apunts de Matemàtiques per a l’Accés a la UIB per a majors de 25 anys” de Xavier Bordoy i Xisco Sebastià, els quals es distribueixen sota llicència “Creative Commons Reconeixement 4.0 Internacional” (CC-BY 4.0).

1 Potències de base 10. Notació científica

Exercici 1. Escriviu en notació científica els nombres següents:

- | | |
|---------------------------|-------------------------------|
| a. $42,5 \cdot 10^{-3}$ | i. 0,00000257 |
| b. $0,505 \cdot 10^4$ | j. $0,0000453 \cdot 10^{-13}$ |
| c. $0,0055 \cdot 10^{-3}$ | k. $6,023 \cdot 10^{23}$ |
| d. 59809,2 | l. 13700 milions |
| e. $498,93 \cdot 10^2$ | m. 10^{-35} |
| f. $5345,3 \cdot 10^{-4}$ | n. $52 \cdot 10^3$ |
| g. 0,5 | o. $45 \cdot 10^4$ |
| h. -235,58 | |

Exercici 2. Escriviu amb totes les xifres els nombres que corresponen a les notacions següents i indiqueu si es tracte de notacions científiques o no:

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| a. $2,3 \cdot 10^3$ | g. $8 \cdot 10^9$ |
| b. $0,3 \cdot 10^{-4}$ | h. 10^4 |
| c. $5,456 \cdot 10^{-4}$ | i. $-1,3 \cdot 10^{10}$ |
| d. $54,2 \cdot 10^3$ | j. 5 |
| e. 10^{-43} | k. $5,6 \cdot 10^{-36}$ |
| f. 1^3 | l. $780,89 \cdot 10^{-4}$ |

Exercici 3. Calculeu:

- | | |
|---|---|
| a. $2 \cdot 10^2 \cdot 3 \cdot 10^3$ | e. $8 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^2$ |
| b. $6 \cdot 10^4 : (2 \cdot 10^3)$ | f. $(4 \cdot 10^2) : (3 \cdot 10^2)^2$ |
| c. $(5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^2) : 10^2$ | g. $8 \cdot 10^4 : (2 \cdot 10^3)$ |
| d. $(3 \cdot 10^4)^2$ | |

Exercici 4. Expresses en notació científica i calculeu el resultat:

a.

$$\frac{0,00054 \cdot 12.000.000}{250.000 \cdot 0,00002}$$

b.

$$\frac{1.320.000 \cdot 25.000}{0,000002 \cdot 0,0001}$$

c.

$$\frac{0,00005 : 0,000004}{125.000 \cdot 800.000}$$

d.

$$0,00005 \cdot \frac{124.000 \cdot 40.000}{60.000 \cdot 0,00003} : 0,000002$$

Exercici 5. Sabem que la llargària d'aquesta casa és de 15 metres (figura 1). Podeu calcular la superfície dels dormitoris?



Figura 1 Plànol d'un pis

Exercici 6. (Central Park) Una empresa immobiliària proposa a l'ajuntament de Nova York requalificar Central Park (figura 2) com a zona edificable i vendre-la-li a canvi de 1000 milions de dòlars. Acceptaríeu la proposta? Podeu suposar que el **preu de venda del metre quadrat** és de 22.000 €/m² i que podeu fer 10 pisos d'alçada [1].

Exercici 7. Durant l'estiu el golf de Son Quint (figura 3) ha patit una seriosa sequera i s'han dessecat els llacs artificials, de 10 metres de profunditat. A l'hivern els responsables del golf decideixen tornar a omplir-los. Quina quantitat d'aigua necessiten?

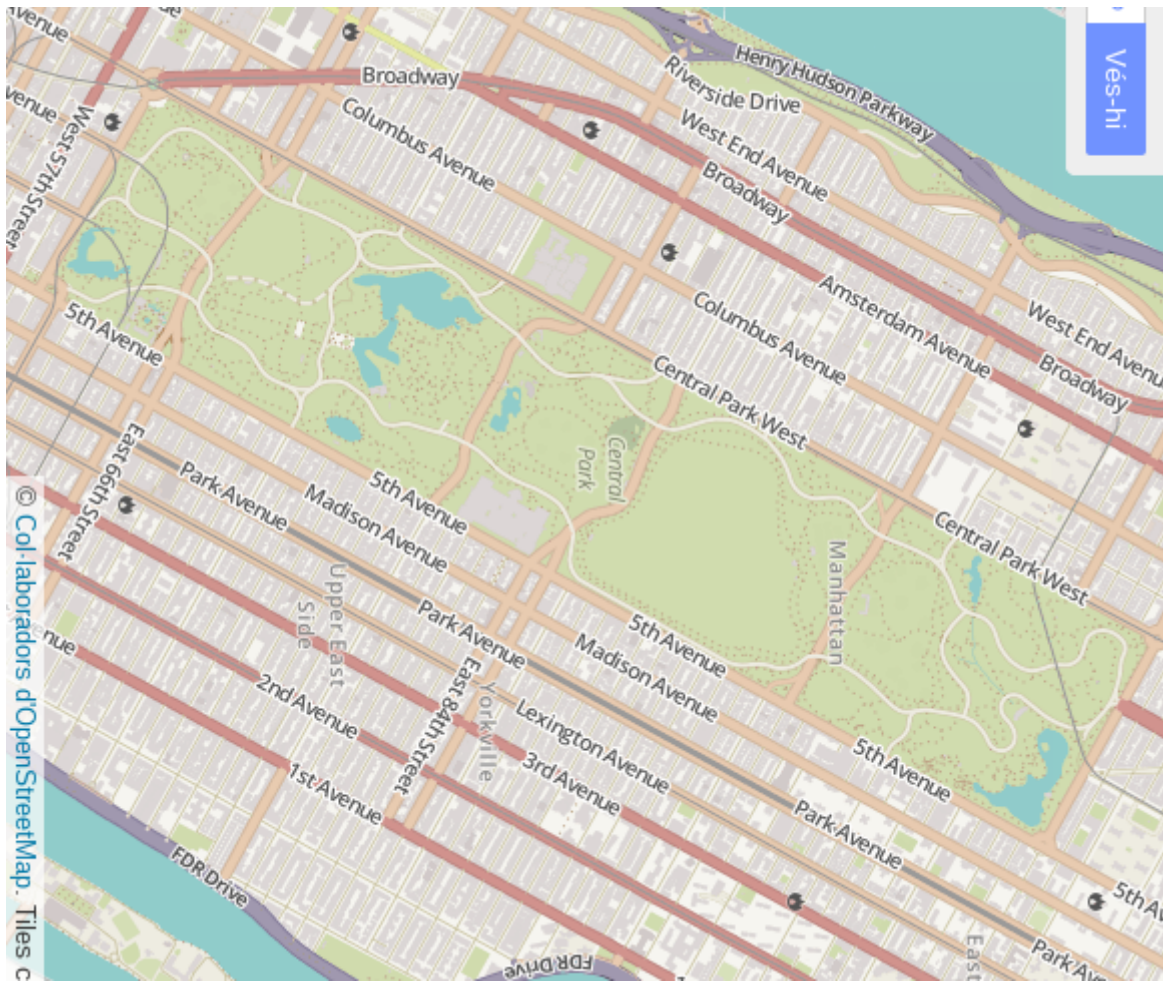


Figura 2 Plànol de Central Park, Manhattan, Nova York. Escala 1:25.000



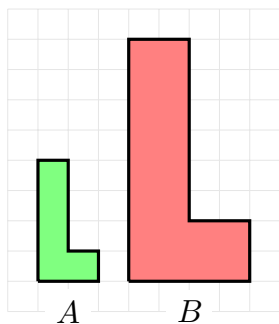
Figura 3 Plànol del Golf de Son Quint. Escala 1:7.000

1. Exercici ??: L'escala és 1:106.382
-

Exercici 8. Els costats d'un triangle fan 18, 24 i 32 cm, respectivament. Trobeu els costats d'un altre triangle semblant sabent que el més petit fa 24 cm.

Exercici 9. Quant faran els costats i el perímetre d'un triangle semblant a un altre de costats 36, 42 i 54 mm, respectivament, si la raó de semblança és de 5?

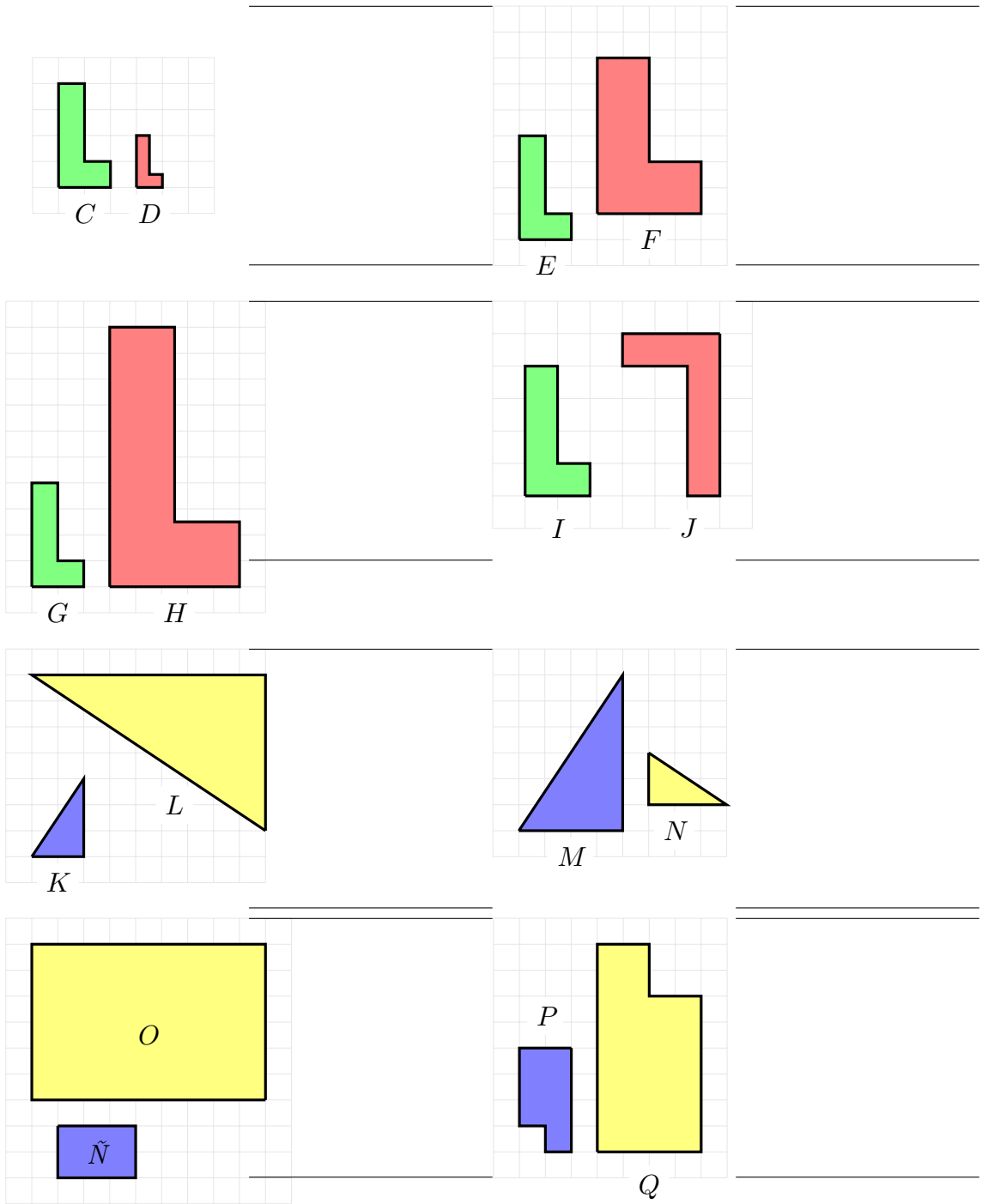
Exercici 10. Quins parells de figures són semblants? Per què?



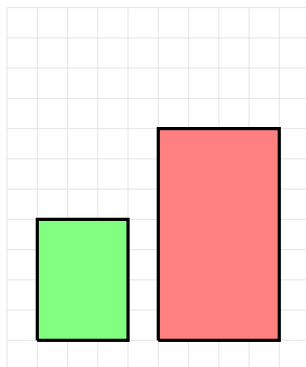
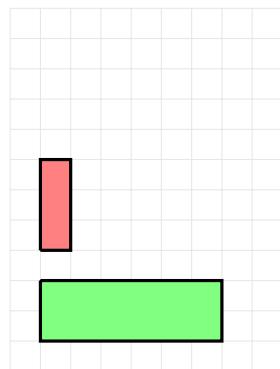
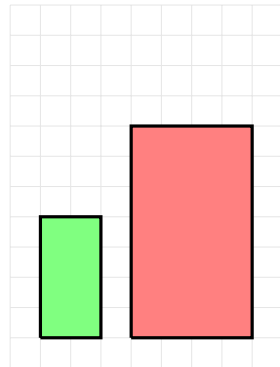
$$\text{raó de l'amplada} = \frac{\text{amplada de } B}{\text{amplada de } A} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\text{raó de l'altura} = \frac{\text{altura de } B}{\text{altura de } A} = \frac{8}{4} = 2$$

SÓN IGUALS \Rightarrow SÓN
SEMBLANTS $\Rightarrow A \cong B$



Exercici 11. Modifiqueu els rectangles següents per a què siguin semblants



Exercici 12. Calculeu les dimensions d'un rectangle la diagonal del qual fa 75 cm si és semblant a un altre rectangle els costats del qual fan 36 i 48 m.

Exercici 13. Indiqueu si són semblants dos triangles amb les mesures següents: els costats de l'un fan 10 cm, 7 cm i 6 cm, i els de l'altre, 20 cm, 14 cm i 32 cm.

2 Pla cartesià

Exercici 14. (a.) Representeu al pla cartesià els punts següents: $A = (1, 4)$, $B = (4, 1)$, $C = (-5, 2)$, $D = (-3, -1)$, $E = (6, -3)$, $F = (0, 2)$, $G = (-2, 0)$, $H =$ origen de coordenades, i (b.) digueu a quin quadrant pertanyen.

Exercici 15. Escriviu les coordenades dels punts següents (figura 4):

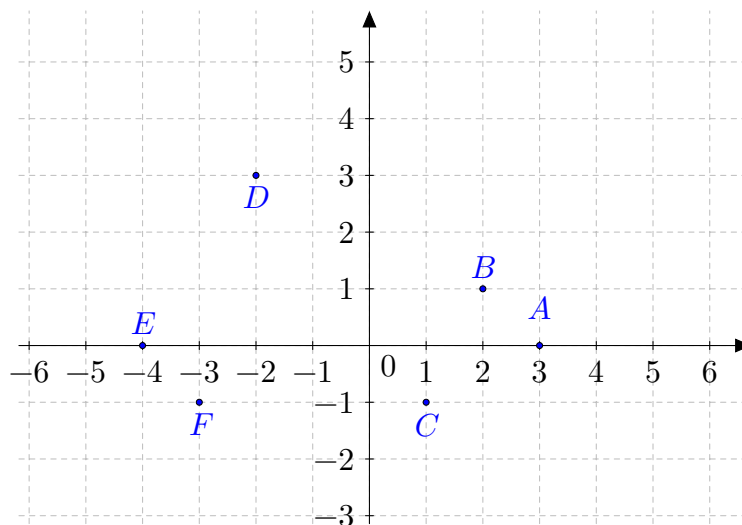


Figura 4 Punts al pla cartesià

Exercici 16. Representeu al pla cartesià els punts següents: $A = (1, 2)$, $B = (2, 1)$, $C = (1, 1)$, $D = (2, 2)$, $E = (-1, 2)$, $F = (1, -2)$, $G = (0, 2)$, $H = (1, 0)$, $I = (0, 0)$, $F = (-2, -3)$. Digueu a quin quadrant pertanyen

Exercici 17. Quines coordenades tenen els punts següents (figura 5):

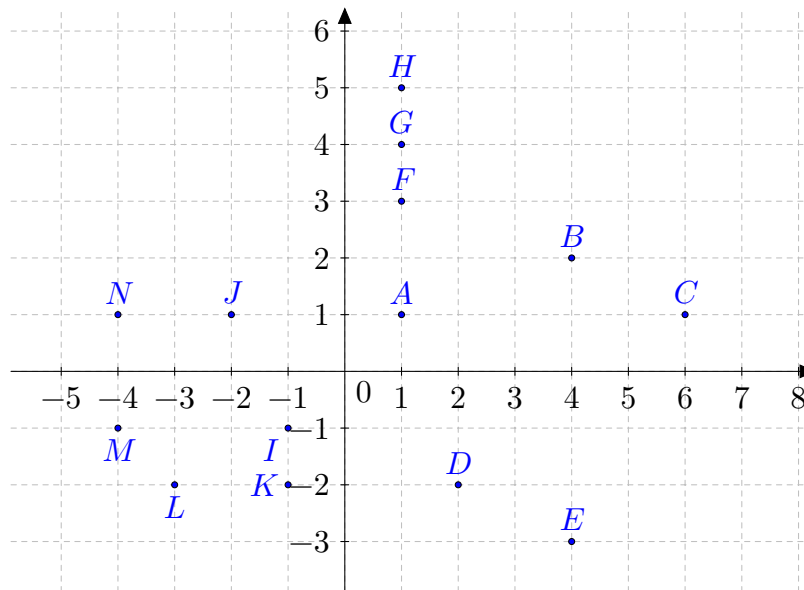


Figura 5 Punts al pla cartesià

Digueu a quin quadrant pertanyen

Exercici 18. Representeu al pla cartesià els punts següents i digueu a quin quadrant pertanyen: $A = (5, 6)$, $B = (-3, 4)$, $C = (7, -3)$, $D = (-1, -5)$, $E = (0, -2)$, i $F =$ origen de coordenades.

Exercici 19. Representeu al pla cartesià els punts següents: $A = (1, 2)$, $B = (2, 1)$, $C = (-3, 2)$, $D = (-4, -1)$, $E = (2, -3)$, $F = (0, 3)$, $G = (-2, 0)$, $H =$ origen de coordenades. Digueu a quin quadrant pertanyen els punts anteriors.

Exercici 20. Trobau cinc punts de manera que la coordenada de la y sigui el doble que la coordenada de la x . A quina forma donen lloc? És casualitat?

Exercici 21. Podeu trobar un punt que pertanyin a un sol quadrant? Un altre punt que pertanyi a dos quadrants? I a tres quadrants? Per què?

3 Representació de funcions

Exercici 22. Representeu gràficament les funcions següents i digueu el tipus de funció del que es tracte (funció afí, funció quadràtica, funció de proporcionalitat inversa o funció exponencial):

a. $y = 2x + 3$

e. $y = 2^x$

h. $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

b. $y = 2/x$

f. $y = 5x - 2$

c. $y = -5/x$

g. $y = -4/x$

i. $y = -5x^2 - 5$

d. $y = x^2 - 5$

Exercici 23. Representeu gràficament les funcions següents:

- a. La funció que a cada nombre li assigna el seu doble
- b. La funció que a cada nombre li assigna 100 entre aquest nombre
- c. La funció que resulta d'eleva 0.8 a un nombre qualsevol
- d. La funció que a cada nombre li assigna la meitat d'aquest nombre menys cinc
- e. La funció que sorgeix de repartir 100 entre un nombre qualsevol
- f. La funció que a cada nombre li assigna el seu quadrat més 2
- g. La funció que a cada nombre li assigna el seu terç
- h. La funció que resulta d'eleva 3 a un nombre qualsevol
- i. La funció que a cada nombre li assigna la meitat del seu quadrat

Exercici 24. Dels tipus de funcions següents, investeu-vos tres funcions de cada tipus. Representeu-la gràficament en l'interval $[-2, 2]$.

Exercici 25. Podríeu trobar les expressions algebraiques, la taula de valors i la descripció verbal equivalents a les funcions dels exercicis 22, 23?

Exercici 26. Trobeu $f(0)$, $f(1)$ i $f(-1)$ de les funcions dels exercicis 22, 23 i 24.

[espa3a]

Apèndix A

Àrees i volums

A.1 Definicions geomètriques

1. Un *polígon* és una figura plana composta per un nombre finit de segments rectes que s'uneixen format una figura tancada. Els seus punts s'anomenen *vèrtexos* i els segments *costats*.
2. El *perímetre* d'un polígon és la suma de les longituds dels seus costats
3. Un *triangle* és un polígon que té tres costats.
4. Un *rectangle* és un polígon que té quatre costats que formen angles de 90° . Quan en un rectangle, tots els costats són iguals, aquests formen un *quadrat*
5. En general, un polígon de quatre costats s'anomena *quadrilàter*. Casos especials dels quadrilàters són el rectangle, el quadrat, el rombe, el romboide i el trapezi.
6. El *trapezi* és un quadrilàter que té un parell de costats paral·lels.
7. Un quadrilàter amb dos parells de costats paral·lels s'anomena *paral·lelogram*. Casos especials d'un paral·lelogram són el rombe, el romboide, el rectangle i el quadrat.
8. Un *rombe* és un paral·lelogram que té tots els costats iguals
9. Un *romboide* és un paral·lelogram tal que els costats oposats són paral·lels i els costats adjacents no són iguals i els angles no són rectes
10. Un rectangle és un paral·lelogram que té tots els angles rectes. El quadrat és el cas particular amb tots els costats iguals.
11. Quan tots els costats d'un polígon són iguals, aquest s'anomena *polígon regular*.
12. Segons el nombre de costats, el polígon pot ser un *pentàgon* (de cinc costats), un *hexàgon* (de sis costats), un *heptàgon* (de set costats), etc.
13. L'*apotema* d'un polígon regular és el segment que va des del centre del polígon a la meitat d'un costat
14. Un *cercle* és la porció de pla dels punts que estan a distància menor o igual que un nombre fixat, que s'anomena *radi*. La *circumferència* és la vora del cercle
15. Un *políedre* és un cos geomètric delimitat

per un nombre finit de cares poligonals. Les *arestes* són els costats dels polígons que el limiten. Els *vèrtexs* són els punts comuns a dues o més cares.

16. Un *prisma* és un políedre que té dues cares iguals i paral·leles (les *bases*) i cert nombre de cares laterals que són paral·lelograms (les *cares laterals*). Si les cares laterals no formen un angle de 90° amb les bases es parla de *prismes oblics*. Si les cares laterals són rectangles s'anomena *prisma rectangular*.

17. Una *piràmide* és un políedre que té per base un polígon i les seves cares laterals són triangles que tenen un vèrtex comú,

el qual s'anomena *vèrtex* de la piràmide.

18. Un *cilindre* és un cos de revolució que s'obté en girar un rectangle al voltant d'un dels seus costats.

19. Un *con* és un cos de revolució que s'obté en girar un triangle rectangle al voltant d'un dels seus catets. El *costat* que va del seu vèrtex a la base (un cercle) s'anomena *generatriu*.

20. Una *esfera* és un cos de revolució que s'obté en girar un semicercle al voltant del seu diàmetre. Equivalentment són els punts de l'espai que estan a distància menor o igual que el radi d'aquest semicercle.

A.2 Àrees de les figures planes més usuals

Existeixen diversos tipus de figures planes. Les més usuals són les següents (figura A.1).

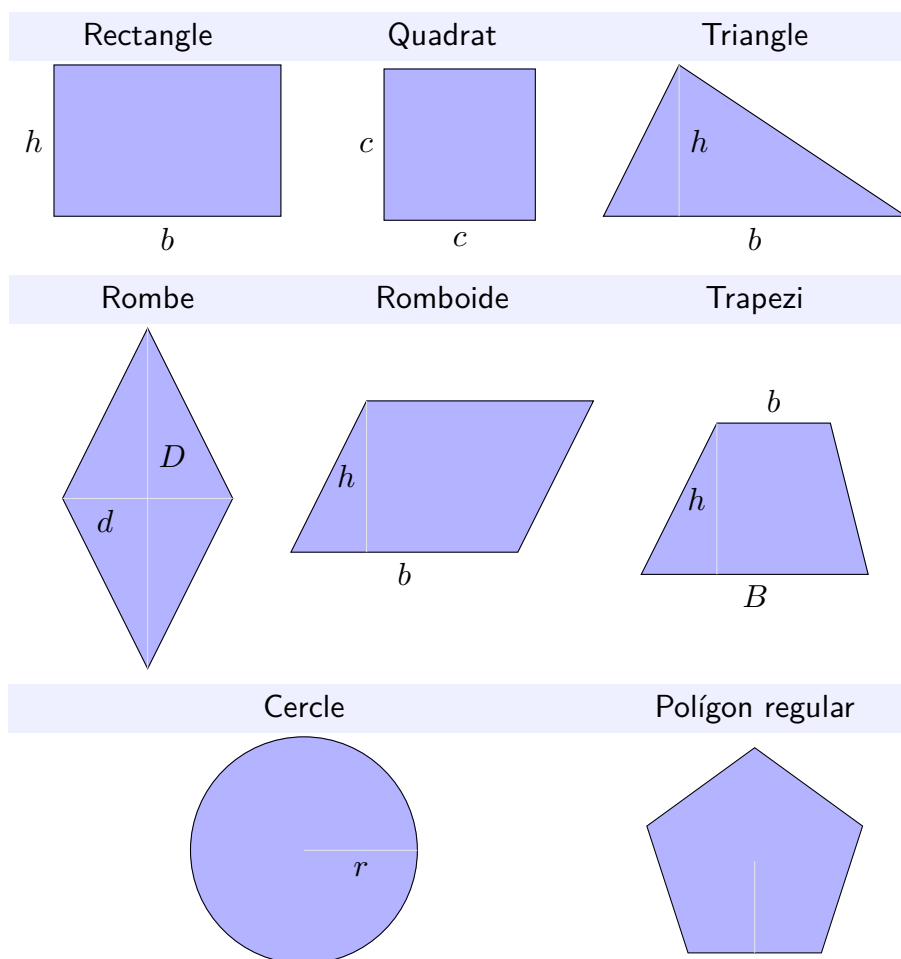


Figura A.1 Àrees de les figures planes més usuals

Les fórmules de les àrees d'aquestes figures són les següents (taula A.1).

Figura	Àrea	Figura	Àrea
Rectangle	$A = b \cdot h$	Quadrat	$A = c \cdot c = c^2$
Triangle	$A = \frac{b \cdot h}{2}$	Rombe	$A = \frac{D \cdot d}{2}$

Taula A.1a Àrea de les figures més usuals

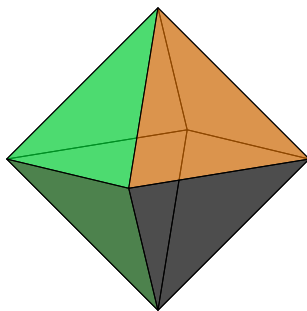
Romboide	$A = b \cdot h$	Trapezi	$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$
Cercle	$A = \pi \cdot r^2$	Polígon regular	$A = \frac{P \cdot a}{2}$

Taula A.1b Àrea de les figures més usuals

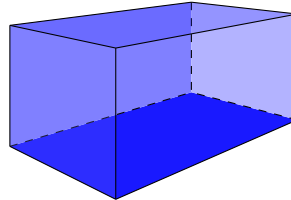
Nota 1. No fa falta saber la fórmula de totes les figures, ja que sempre es poden reduir a unions de rectangles i triangles. Ho podíeu demostrar? Podeu deduir les fórmules de cadascuna de les figures anteriors? Podeu usar tissors i cinta adhesiva.

A.3 Volums i àrees dels cossos geomètrics més usuals

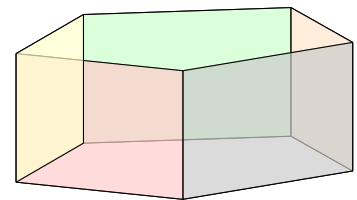
² Si desenvolupem el con, A_L és l'àrea d'un sector circular de longitud $2\pi r$ i radi g .



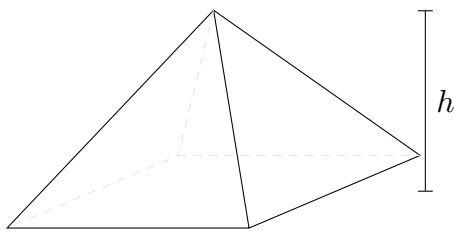
1. Políedre
El volum depèn del tipus de políedre



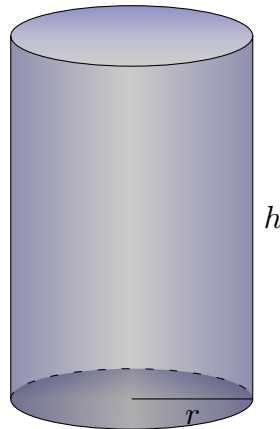
2. Ortoedre
 $A = A_L + 2 \cdot A_B$
 $V = A_B \cdot h$



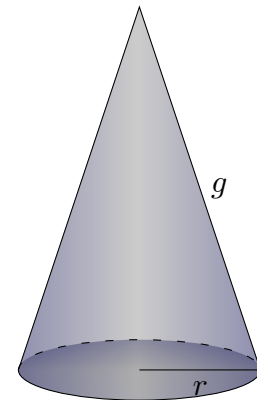
3. Prisma
 $A = A_L + 2 \cdot A_B$
 $V = A_B \cdot h$



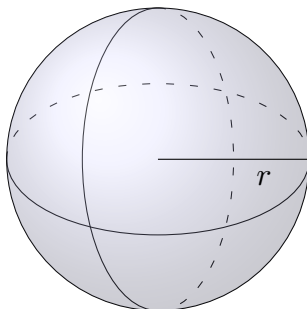
4. Piràmide
 $A = A_B + A_L$
 $V = \frac{A_B \cdot h}{3}$



5. Cilindre
 $A = A_L + 2 \cdot A_B$
 $= 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$
 $V = A_B \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$



6. Con
 $A = A_L + A_B$
 $= \pi \cdot g \cdot r + \pi \cdot r^2$
 $V = \frac{A_B \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$



7. Esfera
 $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$
 $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

Figura A.2 Volums (i algunes àrees) dels cossos geomètrics més usuals²
Àrees i volums

Apèndix B

Solucions

Aquí hi ha algunes solucions, pistes o resolucions dels exercicis d'aquest document.

- ?? : (a.) $x = 20$ (b.) $x = 4$, (c.) $x = 33$, (d.) $x = 27$, (e.) $x = 12$, (f.) $x = 24$,
(g.) $x = -60$, (h.) no té solució, (i.) $x = -6$, (j.) $x = 24/5$, (k.) $x = 30$,
(l.) $x = 1$, (m.) $x = 24$, (n.) $x = \frac{1}{2}$, (o.) $x = 3$, (p.) $x = -3$, (q.) $x = 0$,
(r.) $x = 5$, (s.) $x = 4$, (t.) $x = 64$, (u.) $x = 15$, (v.) $x = 3$, (w.) $x = -8$,
(x.) $x = 60$, (y.) $x = -\frac{9}{2}$
- ?? (a.) $x = 11$ (b.) $x = 2$ (c.) $x = -1$ (d.) $x = 20$
- ?? (a.) $x = 4$ (b.) $x = -47$ (c.) $x = 2$ (d.) $x = -89$ (e.) $x = 2$ (f.) $x = 144$
- ?? (a.) $x = 7/4$ (b.) $x = 6/5$ (c.) $x = -7/3$ (d.) $x = 5$ (e.) $x = 3$ (f.) $x = 7$
(g.) $x = 5/6$ (h.) $x = 2$
- ?? (a.) $x = -1$ (b.) $x = 3/2$ (c.) $x = 2$ (d.) $x = 44$ (e.) $x = -1$ (f.) $x = -5$
(g.) $x = -2/3$ (h.) $x = 8/13$ (i.) $x = 1/3$ (j.) $x = -1/2$
- ?? (a.) $x = 1/2$ (b.) $x = 1/4$ (c.) $x = 1$ (d.) $x = -40$ (e.) $x = -1/6$ (f.) $x = -3$
- ?? (a.) $x = 1$ (b.) $x = 15$ (c.) no té solució (d.) $x = 2/5$ (e.) $x = 1$ (f.) $x = 17$
(g.) $x = 1$ (h.) $x = 1/6$ (i.) $x = 4$ (j.) $x = 21$ (k.) $x = -1$ (l.) $x = -25$
- ?? : (a.) L'esdeveniment impossible = \emptyset , (b.) l'esdeveniment segur = $\{1, 2, 3, 4\}$
(c.) $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{2, 4\}$, $\{3, 4\}$, $\{1, 2, 3\}$,
 $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$
- ?? : $\{\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3\}$.
- ?? : (a.) 12 (b.) 6 (c.) 6
- ?? : (a.) 1 carta (b.) 13 (c.) 1 (d.) 12 (e.) 19 (f.) 3
- ?? : (a.) $\{2, 4, 6\}$ (b.) $\{1, 3, 5\}$ (c.) $\{4, 6\}$ (d.) $\{2, 4, 5, 6\}$ (e.) $\{2\}$ (f.) $\{1, 2, 3, 5\}$
- ?? : (a.) $1/3$, (b.) $1/2$, (c.) $1/2$, (d.) $2/3$, (e.) $2/3$, (f.) $1/6$, (g.) 0, (h.) $2/3$
- ?? : (a.) $1/12$, (b.) $1/16$, (c.) $1/2$, (d.) $7/16$, (e.) 0, (f.) $5/16$
- ?? : $1/200$, (a.) $1/10$
- ?? : (a.) $1/10$, (b.) $3/5$, (c.) $2/5$, (d.) $1/5$, (e.) $2/5$, (f.) $2/5$
- ?? : (a.) $1/10$, (b.) $3/5$, (c.) $2/5$, (d.) $9/10$
- ?? : $23/42$

?? : $95/161$

?? : $1/188$

?? : $4/35$

?? : (a.) $1/6$, (b.) $7/16$

Índex alfabètic

