

# Recull d'exercicis de Matemàtiques d'ESPA

---

EXERCICIS PROCEDIMENTALS DE MATEMÀTIQUES PER A  
LES CLASSES D'EDUCACIÓ SECUNDÀRIA PER A  
PERSONES ADULTES (ESPA) DE LES ILLES BALEARS

XAVIER BORDOY

## Quant a l'autor

Xavier Bordoy  
Professor de Matemàtiques de Secundària  
CEPA Camp Rodó (Palma, Illes Balears)  
Correu electrònic: [somenxavier@posteo.net](mailto:somenxavier@posteo.net)

## Drets d'autor

© 2021 Xavier Bordoy. Tots els drets reservats. Llevat que s'hi indiqui el contrari (vegeu a la pàgina [ii](#)), aquesta obra està subjecta a la llicència “Reconeixement 4.0 Internacional de Creative Commons” (CC-BY 4.0). Per veure una còpia de la llicència, visiteu <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>.



Això vol dir, *essencialment*, que podeu copiar, modificar i distribuir qualsevol part de l'obra com vulgueu, sempre que en citeu la font de manera explícita, d'acord amb els termes de la llicència.

# Informació del document

Mathematics Subject Classification (2020): 00-01, 00A06, 00A07

En aquest document hi trobareu un recull d'exercicis procedimentals per a ESPA (Educació Secundària de Persones Adultes) de les Illes Balears. L'objectiu d'aquest material és servir de resolsament a l'alumnat d'ESPA que vol practicar els procediments més usuals. Per tant, aquí no trobareu activitats riques; tot el contrari. Els exercicis els trobareu dividits per blocs temàtics i estan basat en el currículum d'ESPA actual (2019), el qual és diferent del d'ESO.

El document ha estat mecanografiat. Encara que s'hagi revisat diverses vegades és possible que hi hagi errors — el més probable de tipus tipogràfic o gramatical. Si en detecteu algun, si us plau, aviseu-me per correu electrònic.

D'altra banda, si adapteu o modifiqueu aquesta obra i considereu que el canvi ha estat per millorar-la, us agrairia que m'ho comunicués i, si el canvi és del meu gust, l'incorporaré a l'obra original en els mateixos termes de la llicència.

Per últim, si useu, copieu o distribuïu aquesta obra, o algun fragment seu, per les finalitats que considereu oportunes, vos agradaria que m'ho comunicués perquè, en aquest cas, ho consideraria un honor.

La versió d'aquest document és la 0.2.

Aquest document ha estat generat, dilluns 27 setembre 2021 a les 17:41, usant programari lliure (CONTEXTE versió 20210305 MKIV, luatex versió 1.13 i PGF/TikZ) sota un entorn GNU/Linux (Artix Linux). La revisió d'aquest document és la número 46. El conjunt de les versions s'administra amb git. Teniu el codi font del document en aquest repositori: <https://repo.or.cz/apunts-espamatematiques.git>.

## Continguts aliens

Els continguts següents no són d'el·laboració pròpia i com a tals es distribueixen amb les seves corresponents llicències i autories.

S'ha intentat en la mesura del possible que tots els materials aliens es distribuïxin sota llicències *lliberals*, com poden ser les llicències Creative Commons, que almenys permetin el seu ús en condicions poc restrictives i no arbitràries. En cas que no hagi estat possible s'ha substituït l'enunciat original de l'exercici per un d'equivalent.

- A la secció “**Proporcionalitat directa**”:
  - l'exercici **12.6** està fortament inspirat en l'activitat en tres actes "**Dueling Discounts**" d'en Dan Meyer que es distribueix sota llicència Creative Commons Reconeixement-NoComercial 3.0 (CC-BY-NC 3.0). 2013.
  - l'exercici **12.31** correspon a l'exercici 23 del document *Proporcionalitat*. © 2008 IES Llobregat, Joan Carles Sampera Bonet. El material es distribueix sota llicència Creative Commons Reconeixement-NoComercial-CompartirIgual 3.0 No adaptada (CC BY-NC-SA 3.0). Disponible a [www.toomates.net/Llistes/a2008/nov/materials\\_sampera/Proporcionalitat.doc](http://www.toomates.net/Llistes/a2008/nov/materials_sampera/Proporcionalitat.doc)
- A la secció “**Proporcionalitat inversa**”, l'exercici **15.20** està inspirat a partir de l'exercici 3 de l'apartat "Proporcionalitat inversa" del llibret d'exercicis "Matemàtiques 1.2 ESPA" del CEPA Llevant d'en Xisco Sebastià. 2019.
- A la secció “**Teorema de Pitàgores**” per a l'elaboració dels exercicis **20.3, 20.4, 19.8, 19.6 i 20.5** s'han usat els exercicis de na Margalida Garcias *ESPA 2 Matemàtiques*. Editorial Talaiot. Palma, 2012. Distribuït sota llicència CC-BY-NC-SA 3.0 a partir dels materials del programa *Educación Digital A Distància* de Luis Barrios Calmaestra, Andrés Cassinello Espinosa, Juan Jesús Cañas Escamilla, José R. Galo Sánchez, Miguel Martín Cano, Carmel Ramírez García, Francisco J. Rodríguez Villanego i Consolación Ruíz Gil (traducció: Sergi del Moral Carmona i Zoila Pena i Terrén) també distribuït sota llicència “**Creative Commons Reconeixement-NoComercial-CompartirIgual 3.0 Espanya**” (CC-BY-NC-SA 3.0 Espanya).
- A la secció “**Problemes del teorema de Pitàgores**”, l'exercici **20.11** està inspirat per un exercici del llibre de text d'en Daniel Santos, Pilar García, Carmen Vázquez, Antonio Nevot, José Gil, Andrés Nortes Checa *Matemàtiques 4t Curs*. Editorial Santillana. © 1996.

# Índex de continguts

Part 1	Aritmètica	5
1.1	Operacions amb nombres sencers	6
1.2	Operacions amb fraccions	9
1.3	Càlcul de percentatges	12
1.4	Problemes de nombres sencers	15
1.5	Problemes de fraccions	18
1.6	Recta numèrica	22
1.7	Seqüències i patrons	27
1.8	Potències d'exponent sencer	34
1.8.1	Potències d'exponent negatiu	35
1.9	Propietats de les potències	37
1.10	Notació científica	41
1.11	Problemes de notació científica	44
Part 2	Relacions entre variables	49
2.12	Proporcionalitat directa	50
2.13	Problemes de percentatges	58
2.14	Repartiments proporcionals	63
2.15	Proporcionalitat inversa	66
Part 3	Àlgebra	72
3.16	Equacions de primer grau	73
3.17	Sistemes d'equacions lineals	76
3.18	Problemes de sistemes d'equacions lineals: comparativa de productes	79
Part 4	Geometria	83
4.19	Teorema de Pitàgores	84
4.20	Problemes del teorema de Pitàgores	89

Part 5	Estadística	92
5.21	Població i mostra	93
5.22	Tipus de variables estadístiques	96
5.23	Recòmpte de dades	101
5.24	Paràmetres de centralització	106
5.25	Paràmetres de dispersió	115
5.26	Paràmetres de centralització i dispersió	121
5.27	Gràfics i diagrames estadístics	127
	Referències	135
	Índex alfabètic	136

**Part 1**  
**Aritmètica**

# 1 Operacions amb nombres sencers

## Preguntes

**Exercici 1.1. (combinades)** Opereu:

a.  $3 - 5$

e.  $4 : (-2) + 5$

i.  $20 \cdot (-5) + 5$

b.  $-5 + 3$

f.  $-3 + (-2) \cdot (-5)$

j.  $-5 + 5 \cdot 2$

c.  $-3 - 5$

g.  $-10 : (-2)$

k.  $10 - 50 : 2 : (-2)$

d.  $3 - 2 \cdot 5$

h.  $-10 \cdot 20$

l.  $-5 + 2 - 10 + 3$

**Exercici 1.2. (combinades)** Opereu:

a.  $9 + 2 \cdot 6 - 1$

c.  $40 - 1 + 20 \cdot 4 - 8 \cdot 2$

b.  $(9 + 3) : 3 + 2 \cdot (9 + 8)$

d.  $3 + (4 + (3 + 97) \cdot 3)$

**Exercici 1.3. (suma)** Trobeu el valor de les expressions següents:

a.  $-2 + 6$

c.  $-1 + 9$

e.  $-8 + 2$

g.  $-12 + 5$

b.  $-4 + 7$

d.  $-7 + 2$

f.  $-10 + 8$

h.  $-15 + 25$

**Exercici 1.4. (suma)** Opereu:

a.  $+2 - 7 + 5$

d.  $6 - 8 - 6 + 5 - 6$

b.  $+12 - 5 - 8$

e.  $-3 - 5 + 2 - 1 - 7$

c.  $13 - 9 + 5 - 7$

f.  $-8 - 7 - 10 + 18$

**Exercici 1.5. (suma amb parèntesis)** Calculeu:

a.  $(6) + (3) + (-4)$

d.  $(2) + (-9) + (3)$

b.  $(8) + (-8) + (-7)$

e.  $(5) + (-3) + (-7)$

c.  $(7) + (-6) + (-9)$

f.  $(-5) + (3) + (-7)$



g.  $-(-10) + 2 - (+25) - 11 + (-20)$       i.  $-(-121) - 11 + (-278) - (-15)$

h.  $7 + (+90) - (-8) - 78 - (+81)$       j.  $135 - (-8) - (-78) + (-40)$

**Exercici 1.6. (producte i divisió)** Calculeu:

a.  $(-30) \cdot (-2) : (-5)$

e.  $-900 \cdot (-7) : (+5) : (-2) : (-10)$

b.  $(-50) : (-5) : (-2) \cdot (+10)$

f.  $-50 \cdot (-10) \cdot (-5) : (+2)$

c.  $10 \cdot (-2) : (+5) \cdot (-20)$

g.  $4 \cdot 20 \cdot (-15) : (-2)$

d.  $+400 \cdot (-20) \cdot (-5) : (-4)$

h.  $-7 \cdot (-8) \cdot (+10) : (-4)$

**Exercici 1.7. (combinades)** Calculeu:

a.  $3 - 5 \cdot (-2) + 4$

d.  $-5 : (-1) - (-2) + (-5)$

b.  $5 \cdot (-3) + 2 \cdot (-7)$

e.  $-6 - 3 : (-3) \cdot 6 + 2$

c.  $90 : (-2) \cdot 6 - 2$

f.  $-5 + 10 \cdot (-2)$

**Exercici 1.8. (combinades)** Calculeu:

a.  $-5 - (-4 + 6 - 10) + 2$

d.  $(-12 : (-3) - 13) : (-9)$

b.  $90 : (-5) : (-1 + 2 + 4 - 6) - (-2)$

e.  $-500 : (-2 + 4) + (-2) + (-5)$

c.  $-5 : (-1) + (-3 + 4 - 5) : (-2)$

f.  $-5 + 23 - 70 \cdot (+9 - 1 \cdot (-5))$

**Exercici 1.9. (combinades)** Calculeu:

a.  $-2 \cdot (-5) - 3 \cdot (-7)$

c.  $110 : (-2) - (-5) + 2$

b.  $50 : (-2) + 6 \cdot (-2)$

d.  $-6 + 30 : (-6) \cdot 4 - (-2)$

**Exercici 1.10. (oposat i valor absolut)** Trobeu l'oposat i el valor absolut dels nombres següents:

- $Op(-12)$
- $|-12|$
- $Op(80)$
- $|44|$

- $Op(+50)$
- $|+44|$
- $Op(-1)$
- $|0|$

# Solucions

.

## 2 Operacions amb fraccions

### Preguntes

Exercici 2.1. (suma i resta) Opereu:

a.

$$\frac{2}{7} + \frac{6}{7} - \frac{1}{7}$$

d.

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{5} + \frac{11}{5}$$

g.

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{8} - \frac{1}{9}$$

b.

$$\frac{5}{8} + \frac{9}{8}$$

e.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

h.

$$10 - \frac{1}{6} + \frac{6}{8}$$

c.

$$\frac{1}{4} + 5 - \frac{1}{4}$$

f.

$$5 + \frac{4}{5}$$

i.

$$\frac{3}{10} + \frac{7}{12}$$

Exercici 2.2. (multiplicació i divisió) Opereu:

a.

$$3 \cdot \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}$$

f.

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}$$

b.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5}$$

d.

$$5 \cdot \frac{7}{10} \cdot 7$$

g.

$$\frac{2}{3} : \frac{2}{5}$$

c.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

h.

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{2} : 6$$

i.

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$$

### Exercici 2.3. (operacions combinades)

a.

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2}$$

g.

$$\frac{5}{6} - \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \right)$$

m.

$$\left( \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \right) : \left( \frac{5}{6} - \frac{1}{3} \right)$$

b.

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{5} - \frac{1}{4}$$

h.

$$\frac{5}{6} : \left( \frac{2}{5} - \frac{1}{10} \right)$$

n.

$$5 + 10 - \frac{1}{10} + 25$$

c.

$$\left( 2 + \frac{3}{5} \right) : \frac{4}{3}$$

i.

$$4 \cdot \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{2}{4} : \frac{8}{10} \right)$$

o.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{2}{5}$$

d.

$$\frac{2}{3} - \frac{5}{6} \cdot 8$$

j.

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{10}$$

p.

$$\left( \frac{1}{2} + \frac{2}{10} \right) \cdot \frac{2}{6}$$

e.

$$4 + \frac{3}{5} - \left( 2 - \frac{1}{2} \right)$$

k.

$$\frac{10}{12} - \left( \frac{1}{10} + \frac{3}{8} \right)$$

q.

$$5 + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{3}$$

f.

$$4 \cdot \left( \frac{5}{6} - \frac{1}{4} + \frac{4}{9} \right)$$

l.

$$\left( \frac{1}{2} + 2 \right) \cdot \left( 2 - \frac{1}{4} \right)$$

r.

$$\left( 5 + \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{5}{3}$$

# Solucions

.

### 3 Càlcul de percentatges

#### Preguntes

**Exercici 3.1. (càlcul)** Calculeu els tants per cent següents:

- a. 24% de 90
- b. 79% de 60
- c. 82% de 30
- d. 0,3% de 3590
- e. 3% de 450
- f. 80% de 2.945
- g. 200% de 480
- h. 150% de 300
- i. 250% de 4000

**Exercici 3.2. (% → fracció)** Expressen els percentatges següents en forma de fracció:

- a. 70 %
- b. 10 %
- c. 5 %
- d. 2 %
- e. 25%
- f. 40%
- g. 12%
- h. 7%
- i. 110%
- j. 224%
- k. 550%
- l. 24%
- m. 95%
- n. 15%
- o. 100%
- p. 90%

Les podeu simplificar?

**Exercici 3.3. (transformació %)** Completeu aquesta taula (taula 1):

%	‰	tant per u	fracció	%	‰	tant per u	fracció
20						0.4	
50						1.2	
	25			300			
	0,05			0,001			

**Taula 1** Percentatges, tants per mil, tants per u i fraccions

**Exercici 3.4. (transformació %)** Completeu la taula següent (taula 2):

	%	‰	tant per u	fracció
3 de cada 7				
0,09 per 1				
39 per mil				
				3/4
			0.5	
		15		

**Taula 2** Percentatges, tants per mil i tants per u

**Exercici 3.5. (% del total)** Trobeu quin tant per cent representa la part indicada del total

- |              |               |                    |
|--------------|---------------|--------------------|
| a. 2 de 6    | g. 1 de 25    | m. 90 ‰ de 2500    |
| b. 10 de 12  | h. 40 de 60   | n. 20 ‰ d'un milió |
| c. 20 de 50  | i. 3/4 de 60  | o. 40 ‰ de 10.000  |
| d. 25 de 300 | j. 4/5 de 80  | p. 25 ‰ de 1500    |
| e. 90 de 95  | k. 2/3 de 30  | q. 250 de 100.000  |
| f. 8 de 1000 | l. 1/6 de 900 | r. 1 d'un milió    |

Podríeu expressar les informacions anteriors com a una fracció?

# Soluciones

3.1



## 4 Problemes de nombres sencers

### Preguntes

**Exercici 4.1. (any neixement)** En Caius va nèixer l'any 203 aC. Quin any va morir si va viure 74 anys?

Nota: noteu que si hagués nascut el -10, no podríem haver sumat perquè no hi ha any 0.

**Exercici 4.2. (submarí)** Un submarí de l'exercit rus està a 800 metres per davall de la mar. I un avió comercial està a 2100 metres. Quina distància els separa?

**Exercici 4.3. (temperatura)** En una habitació, el termòmetre assenyala 22 graus centígrads, mentre que a fora estan a una temperatura de -5 graus. Quina és la diferència de temperatures?

**Exercici 4.4. (any neixement)** El matemàtic Euclides va morir l'any 265 aC. Si va viure 60 anys, a quin any va nèixer?

**Exercici 4.5. (ascens)** Una persona està al pis 6. En baixa 9. En posterioritat en puja 16 i en torn a baixar 2. A quin pis es troba?

**Exercici 4.6. (ascens)** Un alpinista es troba a 200 metres d'altitud. Descendeix fins a 800 metres per sota del nivell de la mar. Finalment, puja fins a 3000 metres. Quina distància vertical ha recorregut en total?

**Exercici 4.7. (comptabilitat)** Aquestes són els moviments de diners d'una persona durant una setmana

1. Fer la compra al supermercat per 60€
  2. Cobrar la nòmina de 1.200€
  3. Fer-li un regal a sa tia per valor de 50€
  4. Comprar uns calçons per 20€
  5. Apuntar-se a un centre de formació professional (15 €) fent una transferència (comissió de 1,5€)
  6. Retornar els calçons i comprar-se'uns altres per 30 €
  7. Fer una *feineta* de pintor i cobrar 200€
- a. Ordeneu els moviments segons siguin despeses o guanys
  - b. Representeu cada moviment amb un nombre sencer
  - c. Quantes despeses ha tengut aquesta persona?

- d. Quants de guanys?
- e. Quin és el balanç a final de setmana?

**Exercici 4.8. (any neixement)** En Jaume va néixer l'any 200 abans de Crist i va viure 70 anys. Na Laura va morir l'any 10 després de Crist i va viure 60 anys. I na Bilma va néixer l'any -45 i va morir l'any 10.

Calculeu:

- a. Quan varen néixer i morir cada persona
- b. Quants anys va viure cada persona
- c. En quins anys varen coincidir

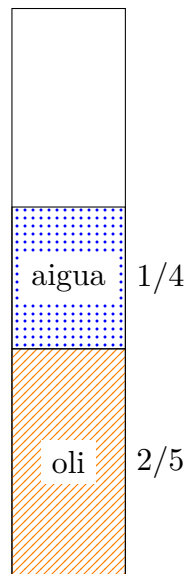
# Solucions

.

## 5 Problemes de fraccions

### Preguntes

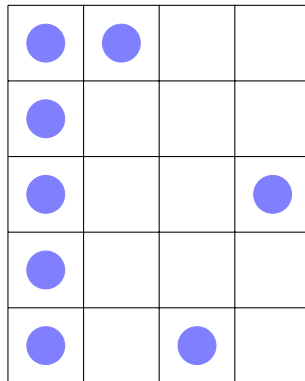
**Exercici 5.1. (oli)** Calculeu quina part del dipòsit queda buida, sabent que l'oli ocupa  $\frac{2}{5}$  del recipient i l'aigua,  $\frac{1}{4}$  (vegeu figura 1).



**Figura 1** Dipòsit omplit amb aigua i oli

Si al final, el dipòsit té 2000 l, quina quantitat de cada líquid hi ha?

**Exercici 5.2. (teatre)** En diagrama següent representa les butaques d'una sala de teatre (figura 2).



**Figura 2** Diagrama de les butaques reservades

- Quina fracció de butaques estan reservades? Quin tant per cent és?
- Aquest teatre no està adaptat a discapacitats. La normativa marca que s'han d'adaptar un  $1/10$  de les butaques per cadira de rodes del total d'aforament. Quantes butaques s'han d'adaptar?

**Exercici 5.3. (llibreria)** En una llibreria hi ha 1800 llibres: un 20% dels quals són de poesia, tres cinquens són novel·la i la resta són d'assaig. Calculeu quants llibres hi ha de cada classe.

**Exercici 5.4. (escola)** En una escola,  $2/5$  dels alumnes vénen en cotxe,  $1/5$  ve amb patinet i la resta ve a peu. Quants alumnes venen en cada mitjà de transport si hi ha 500 alumnes a l'escola?

**Exercici 5.5. (excursió)** Una persona vol fer una excursió en bicicleta. Calcula que el primer dia farà  $2/8$  de recorregut, el segon dia,  $1/3$  i la resta el tercer dia. Si l'excursió té 480 km, quants quilòmetres recorrerà cada dia?

**Exercici 5.6. (enquesta)** D'un grup d'enquestats, sabem que  $4/7$  practiquen esport i  $2/5$  són homes. Si hi ha 350 persones enquestades, calculeu: Quantes persones practiquen esport i quantes no practiquen esport, (a.) quants homes i dones hi ha. Trobeu el tant per cent que representa cada grup.

**Exercici 5.7. (aprovat)** En una classe de Matemàtiques de batxiller han aprovat 20 alumnes i 5 han suspès. (a.) Quina fracció del total ha aprovat? (b.) Quin tant per cent ha aprovat? (c.) Quantes persones haurien d'haver aprovat per tenir un 92% d'aprovat?

**Exercici 5.8. (exposició)** En una exposició, hi ha 20 obres d'art modern, 40 d'art antic i la resta d'art medieval. Si l'exposició té exposades 120 obres, trobeu la fracció que representen les obres de cada període

**Exercici 5.9. (dretans)** Sabem que  $\frac{9}{12}$  d'un grup de persones són esquerrans. Trobeu quantes persones hi ha en aquest grup si els dretans són 20 persones.

**Exercici 5.10. (granja)** En una granja,  $\frac{6}{15}$  porcs han contret una malaltia. Si aquests són 40, quants porcs hi ha en total?

**Exercici 5.11. (repartiment)** Una empresa decideix crear una comissió d'innovació tecnològica. Per raons tècniques, la comissió ha de tenir  $\frac{1}{3}$  de personal directiu,  $\frac{1}{5}$  d'inversors i la resta de personal investigador.

- Quina fracció hi ha de personal investigador?
- Quin tant per cent representa cada col·lectiu?
- Si a la comissió es decideix que hi hagi 2100 persones, quantes persones hi ha a cada grup?

**Exercici 5.12. (còctel)** El còctel Margarita té la recepta següent: 10 parts de tequila, 4 parts de licor *Triple Sec* i 3 parts de suc de llimona [1].

- Quina fracció representa cada part?
- Si volem preparar un còctel de 100 ml, quina quantitat de cada ingredient hem de posar?

Què creis que és més fàcil de recordar, la recepta expressada en parts, la que s'expressa en fraccions o la que s'expressa en volum?

**Exercici 5.13. (tasca per fer junts)** Una persona realitza una activitat en 3 hores i una altra persona tarda 4 hores en fer la mateixa activitat. Quant temps emplearien en fer-la les dues persones juntes?

**Exercici 5.14. (repartiment de terreny)** Es reparteix un terreny de  $6000 \text{ m}^2$  entre tres persones: la primera reb  $\frac{3}{8}$  del total, la segona  $\frac{1}{5}$  i la tercera la resta. Quina superfície reb cada persona? Quin tant per cent suposa?

Quan passa el temps, els propietaris es duen malament. Es decideix que el terreny quedi només en mans de dos propietaris que originàriament tenguin més de la meitat del terreny. Quines possibilitats hi ha?

# Solucions

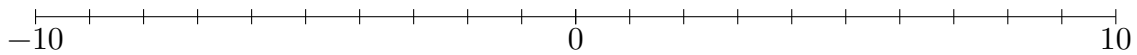
.

## 6 Recta numèrica

### Preguntes

#### Sencers

**Exercici 6.1.** Localitzeu sobre la recta numèrica (figura 3) els nombres següents: 2, -5, 4, -3, 8.



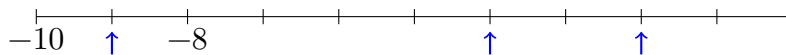
**Figura 3** Recta numèrica

**Exercici 6.2.** Assenyaleu quin nombre correspon a cadascun dels punts marcats a la recta:

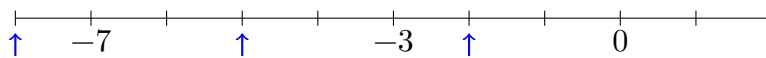
a.



b.



c.



d.



**Exercici 6.3. (ordenar)** Ordeneu de menor a major i representeu a la recta numèrica els nombres següents:

1, -4, 7, -3, 8, -5, +10, -1, 12, -7



## Fraccions i decimals

**Exercici 6.4.** Localitzeu sobre la recta numèrica (figura 4) els nombres següents:  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ , 2,  $\frac{2}{6}$ ,  $\frac{14}{12}$ .



**Figura 4** Recta numèrica

**Exercici 6.5.** Localitzeu sobre la recta numèrica (figura 5) els nombres següents:  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{5}$ , 3,  $\frac{20}{10}$ ,  $\frac{6}{10}$ .



**Figura 5** Recta numèrica

**Exercici 6.6.** Localitzeu sobre la recta numèrica (figura 6) els nombres següents:  $\frac{5}{3}$ ,  $\frac{6}{2}$ , 1, 2,  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ .



**Figura 6** Recta numèrica

**Exercici 6.7.** Localitzeu sobre la recta numèrica (figura 7) els nombres següents:  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{5}{2}$ ,  $\frac{3}{6}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{14}{10}$ .



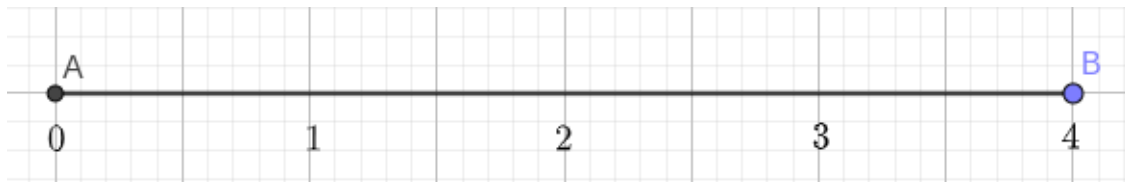
**Figura 7** Recta numèrica

**Exercici 6.8.** Localitzeu sobre la recta numèrica (figura ??) els nombres següents: 2.3, 1.5,  $1/2$ ,  $3/2$ ,  $3/5$ , 0.7, 0.6



**Figura 8** Recta numèrica

**Exercici 6.9.** Localitzeu sobre la recta numèrica (figura ??) els nombres següents: 1.2,  $5/2$ , 0.25,  $5/3$ , 2.5,  $6/5$ .



**Figura 9** Recta numèrica

**Exercici 6.10. (ordenar)** Ordeneu les fraccions següents

a.  $\frac{3}{4}, \frac{6}{7}$  i  $\frac{2}{3}$

d.  $\frac{2}{4}, \frac{8}{16}$  i  $\frac{20}{30}$

b.  $\frac{5}{2}, \frac{2}{3}$  i  $\frac{8}{10}$

e.  $\frac{4}{10}, \frac{5}{12}$  i  $\frac{6}{8}$

c.  $\frac{1}{4}, \frac{3}{7}$  i  $\frac{5}{10}$

f.  $\frac{2}{5}, \frac{5}{16}$  i  $\frac{6}{9}$

Podeu representar, en cada cas, les fraccions a la recta numèrica?

**Exercici 6.11. (comparar)** Compareu les fraccions següents:

a.  $\frac{5}{12}$  i  $\frac{6}{10}$

c.  $\frac{89}{10}$  i  $\frac{85}{11}$

b.  $\frac{4}{22}$  i  $\frac{10}{44}$

d.  $\frac{9}{33}$  i  $\frac{1}{3}$

**Exercici 6.12. (fracció intermitja)** Què hauria de valer  $x$  per a què la fracció corresponent està entre les dues fraccions que s'indiquen?

a.  $\frac{1}{2} < \frac{x}{2} < \frac{3}{2}$

d.  $\frac{7}{12} < \frac{x}{10} < \frac{8}{12}$

b.  $\frac{2}{5} < \frac{x}{3} < \frac{4}{5}$

e.  $\frac{7}{12} < \frac{x}{60} < \frac{8}{12}$

c.  $\frac{6}{10} < \frac{x}{12} < \frac{9}{10}$

f.  $\frac{1}{2} < \frac{2}{x} < \frac{2}{3}$

# Solucions

.

# 7 Seqüències i patrons

## Preguntes

### Successions

**Exercici 7.1.** Seqüència: 160, 180, 200, 220, ...

- Podeu trobar el terme número 250?
- Quin terme és el primer que és major que 1000?

**Exercici 7.2.** Seqüència: 6, 10, 14, 18, 22, ...

- Trobeu el terme número 20? I el terme número 100?
- Quin és el primer terme major que 1000?
- Podeu trobar tres termes entre 2000 i 2050?

**Exercici 7.3.** Seqüència: 5420, 5540, 5660, 5780, 5900, ...

- Trobeu el terme número 500
- Quin és el primer terme major que 10.000?

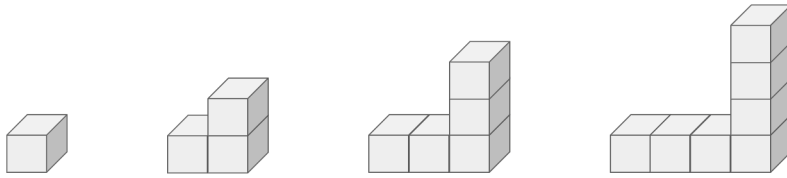
**Exercici 7.4.** Seqüència A: 10, 15, 20, 25, 30, ...

Seqüència B: 300, 302, 304, 306, ...

- Quin és el terme 10, 20 i 30 de cada seqüència?
- Quina de les dues seqüència arribarà primer a 1000?
- En algun moment els termes de seqüència A seran majors que els de B? Si és així, podeu determinar a partir de quin terme?

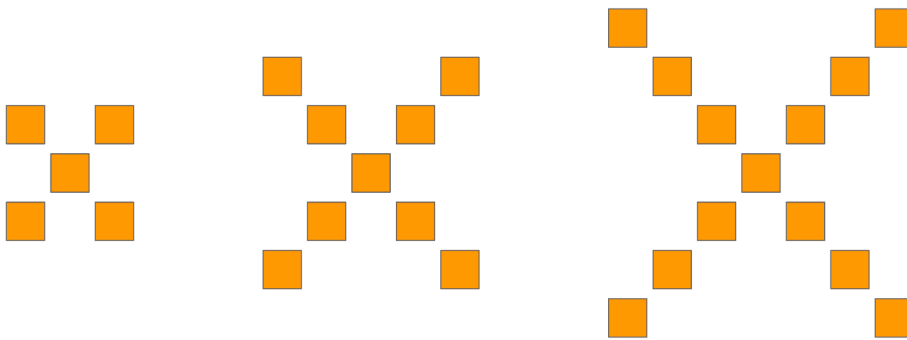
**Exercici 7.5.** De la seqüència de cubs següent (vegeu figura 10), podeu dir

- Quants cubs hi haurà al terme 10?
- Quants cubs hi haurà al terme 43?
- A partir de quan tendrem més de 100 cubs?



**Figura 10** Seqüència 1

**Exercici 7.6.** De la seqüència següent (vegeu figura 11), podeu dir



**Figura 11** Seqüència 2

- Quants quadrats hi haurà a la passa 43?
- A partir de quina passa tendrem més de 500 quadrats?

**Exercici 7.7.** De la seqüència següent (vegeu figura 12), podeu dir



**Figura 12** Seqüència 3

- a. Podeu trobar les estrelles presents a la passa 43?
- b. A quines passes, el nombre d'estrelles estaran entre 100 i 120?

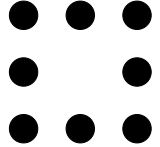
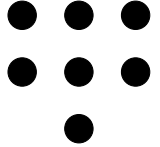
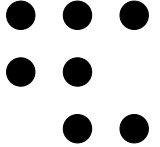
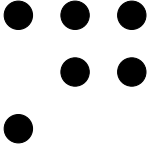
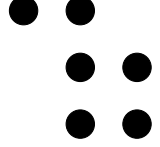
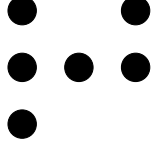
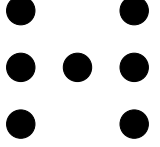
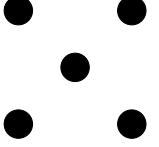
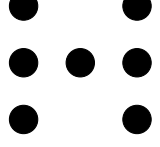
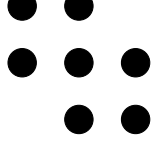
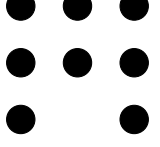
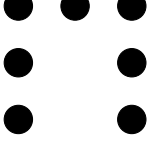
**Exercici 7.8.** De la seqüència següent (vegeu figura 13), podeu dir

**Figura 13** Seqüència 4

- a. Quants cercles i quadrats hi haurà a la passa 43?
- b. A quina passa els cercles seran més de 1000?
- c. A quina passa els quadrats seran més de 1000?

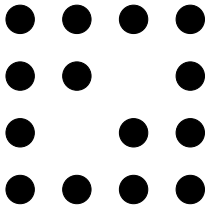
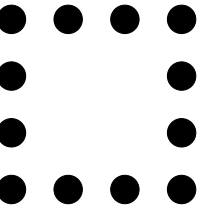
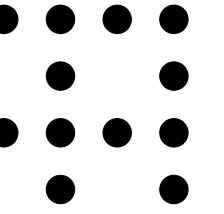
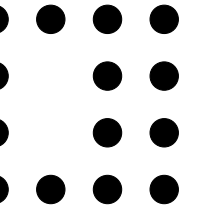
## Expressar patrons usant operacions aritmètiques

**Exercici 7.9.** (patrons  $3 \times 3$ ) Podeu expressar aquests esquemes de punts *dot patterns* (taula 3) com a operacions de nombres? Almenys intentau fer-ho de dues maneres diferents.

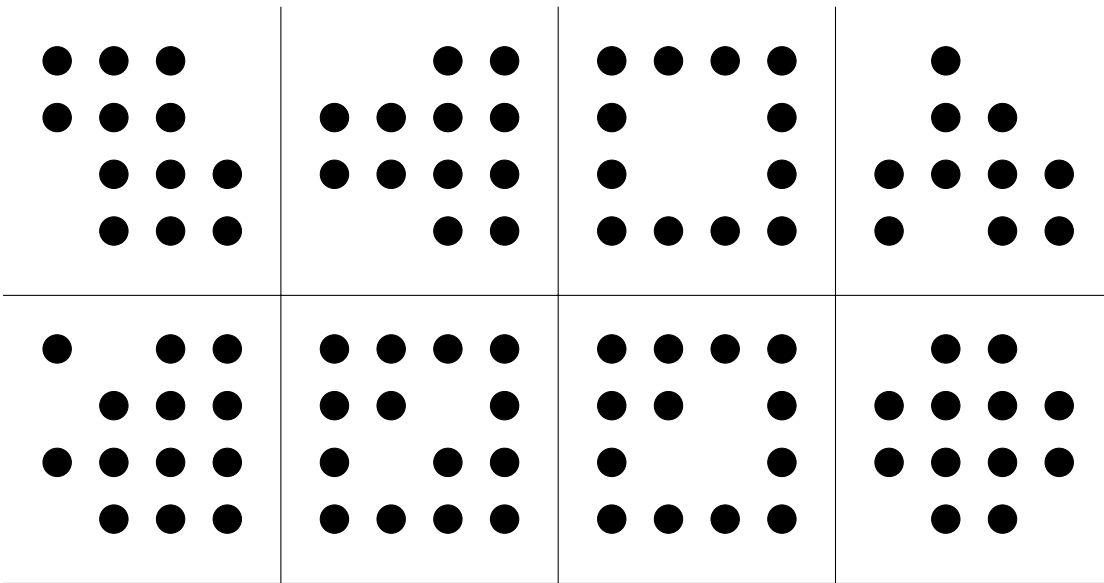
Taula 3 Patrons de punts  $3 \times 3$

**Exercici 7.10.** (patrons  $4 \times 4$ ) Expresseu aquests esquemes de punts (taula 4) com a operacions aritmètiques

			
---	---	--	---

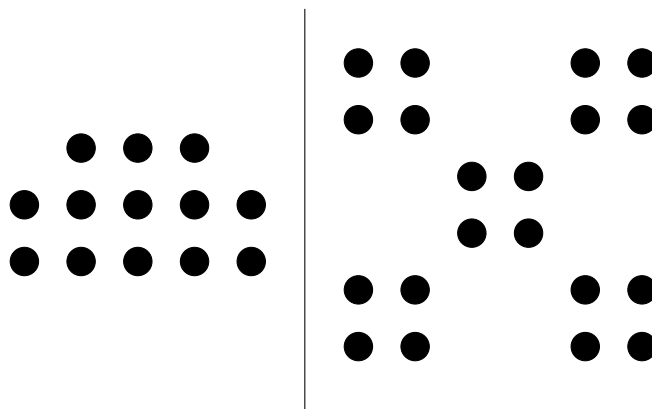
Taula 4a Patrons de punts  $4 \times 4$





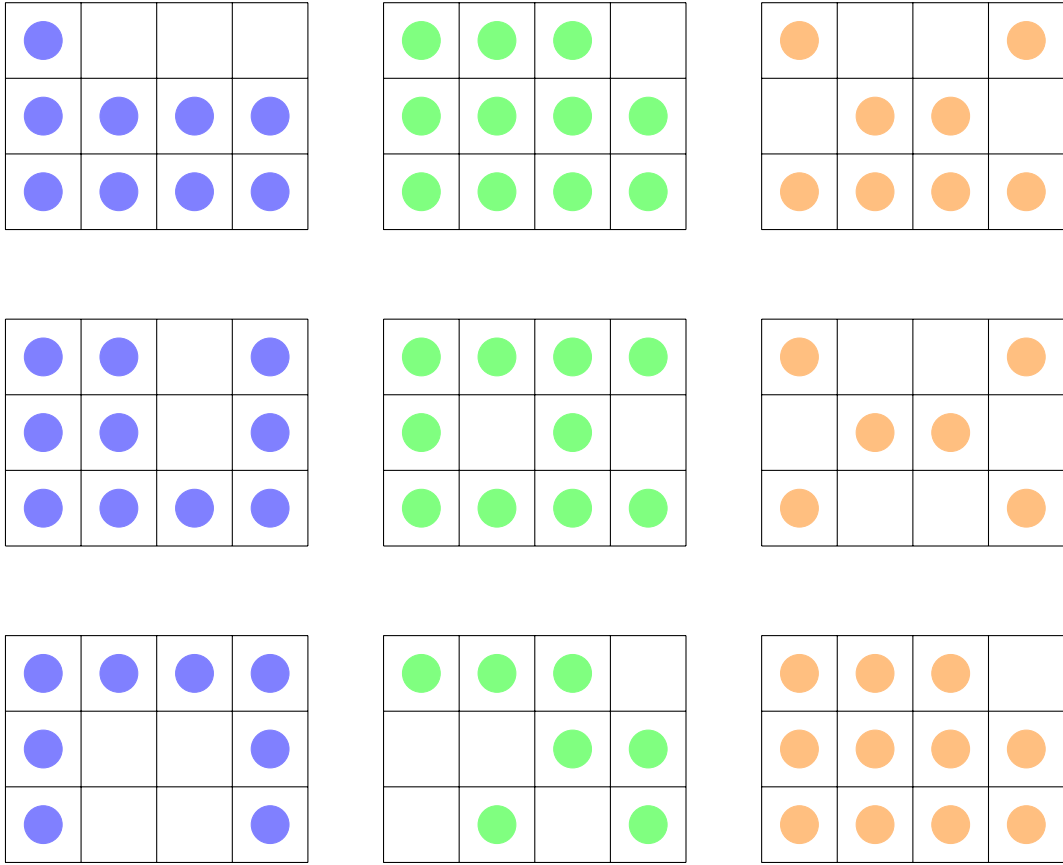
**Taula 4b** Patrons de punts  $4 \times 4$

**Exercici 7.11. (altres patrons)** Expressiu aquests patrons (taula 5) com a seqüències d'operacions aritmètiques



**Taula 5** Patrons de punts

**Exercici 7.12. (fraccions)** Expressiu aquests diagrames (taula 6) en forma d'expressions aritmètiques que involucrin fraccions.



**Taula 6a** Patrons de punts que involucren fraccions

- a. Quina fracció representa les caselles colorejades?
- b. Hi ha alguna fracció de les anteriors que coincideixi? Per què?

# Solucions

.

## 8 Potències d'exponent sencer

### Preguntes

**Exercici 8.1.** Calculeu les potències següents:

- |                                 |                                   |                |                                 |
|---------------------------------|-----------------------------------|----------------|---------------------------------|
| a. $5^3$                        | d. $\left(\frac{-8}{12}\right)^3$ | g. $(-10)^7$   | j. $\left(\frac{3}{2}\right)^4$ |
| b. $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ | e. $(-3)^5$                       | h. $0,2^3$     | k. $22^1$                       |
| c. $254^0$                      | f. $(-50)^5$                      | i. $(-0,22)^4$ | l. $22^0$                       |

**Exercici 8.2.** Es poden descompondre els nombres següents en forma potencial? En cas afirmatiu, trobeu les seves descomposicions en forma de potència:

- |       |        |         |
|-------|--------|---------|
| a. 64 | c. 81  | e. 576  |
| b. 16 | d. 420 | f. 1296 |

**Exercici 8.3.** Digueu quines de les expressions següents són iguals:

- A. (a.)  $2^3$  (b.)  $-2^3$  (c.)  $(-2)^3$  (d.)  $-(-2)^3$   
B. (a.)  $3^0$  (b.)  $-3^4$  (c.)  $(-3)^4$  (d.)  $-(-3)^0$  (e.)  $(-3)^0$   
C. (a.)  $9^3$  (b.)  $3^9$  (c.)  $(-3)^3$  (d.)  $-(-3)^3$  (e.)  $-(-9)^3$

**Exercici 8.4.** Expressen en forma de potència:

- |   |   |        |
|---|---|--------|
| (a.)  | (c.)  | 16     |
| $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}$ | $(2 \cdot a) \cdot (2 \cdot a) \cdot (2 \cdot a)$ | (f.)   |
| (b.)  | (d.)  | 100000 |
| $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3$       | $3 \cdot b \cdot 3 \cdot b \cdot 3$               | (g.)   |
| (e.)  | $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$           |        |

**Exercici 8.5.** Calculeu les potències següents i digueu quantes operacions feim:

- |          |          |          |           |
|----------|----------|----------|-----------|
| a. $4^3$ | b. $5^6$ | c. $2^3$ | d. $10^6$ |
|----------|----------|----------|-----------|

**Exercici 8.6.** Ordeneu de menor a major els nombres següents: (a.)  $-2^3$  (b.)  $2^3$  (c.)  $3^2$  (d.)  $-3^2$  (e.)  $(-3)^2$

**Exercici 8.7.** Ordeneu de menor a major les expressions següents, utilitzant els símbols  $<$  i  $=$  segons convengui

A. (a.)  $10^4$  (b.)  $-10^4$  (c.)  $10^0$  (d.)  $0,1^{10}$

B. (a.)  $\left(\frac{1}{2}\right)^2$  (b.)  $\left(\frac{-3}{4}\right)^4$  (c.)  $\left(\frac{-4}{-6}\right)^2$  (d.)  $5^1$  (e.)  $\frac{2^2}{3}$

C. (a.)  $3^2$  (b.)  $(-5)^2$  (c.)  $-5^2$  (d.)  $(-3)^3$  (e.)  $\left(\frac{1}{3}\right)^3$

## 8.1 Potències d'exponent negatiu

**Exercici 8.8.** Calculeu:

a.  $2^{-3}$

e.  $5^{-4}$

i.  $100^{-2}$

b.  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

f.  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-4}$

j.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$

c.  $(0,1)^{-3}$

g.  $5^{-2}$

k.  $(-3)^{-2}$

d.  $\left(\frac{-4}{6}\right)^2$

h.  $\left(\frac{5}{3}\right)^{-3}$

l.  $10^{-4}$

**Exercici 8.9.** Expressiu aquestes fraccions com a potències, a ser possible d'exponent negatiu:

a.  $\frac{1}{100}$

c.  $\frac{1}{2^4}$

e.  $\frac{125}{27}$

b.  $\frac{1}{8}$

d.  $\frac{1}{a^5}$

f.  $\frac{16}{32}$

## Solucions

8.1 (a.) 125, (b.)  $16/81$ , (c.) 1, (d.)  $-512/1728 = 8/27$ , (e.) -243, (f.)  $-3125 \cdot 10^5$ , (g.)  $-10^7$ , (h.) 0,008, (i.) 0,00234256, (j.)  $81/16$ , (k.) 22, (l.) 1

8.2 (a.)  $2^6$ , (b.)  $2^4$ , (c.)  $3^4$ ,  $9^2$ , (d.) No es pot posar en forma potencial ( $420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ ), (e.) Factoritzant en nombres primers, tenim que  $520 = 2^6 \cdot 3^2 = (2^3)^2 \cdot 3^2 = (2^3 \cdot 3)^2 = 24^2$ , (f.) Factoritzant en nombres primers, obtenim  $2^4 \cdot 3^4 = 6^4$

8.3 (a.)  $a = d$ ,  $b = c$ , (b.)  $a = e$ , (c.)  $a = e$

8.4 (a.)  $\left(\frac{3}{5}\right)^3$ , (b.)  $2^3 \cdot 3^3$ , (c.)  $(2 \cdot a)^3$ , (d.)  $3^3 \cdot b^2$ , (e.)  $2^4$ ,  $4^2$ , (f.)  $10^5$

8.5 (a.) 2 operacions:  $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ , (b.) 4 operacions:  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = (5 \cdot 5 \cdot 5)(5 \cdot 5 \cdot 5) = (25 \cdot 5)(25 \cdot 5) = (125)(125) = 15.625$  (c.) 2 operacions:  $(2 \cdot 2) \cdot = 4 \cdot 2 = 8$  (d.) 4 operacions

8.6 (a.)  $-2^3 = -8$ , (b.)  $2^3 = 8$ , (c.)  $3^2 = 9$ , (d.)  $-3^2 = -9$ , (e.)  $(-3)^2 = +9$ . Per tant,  $d < a < b < c = e$

8.7 A.  $b < d < c < a$ ,

B.  $a < c < e < d < b$ , ja que

$$(a.) \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad (b.) \left(\frac{-3}{4}\right)^4 = \frac{81}{4} = 20,25 \quad (c.) \left(\frac{-4}{-6}\right)^2 = \frac{4}{9} \simeq 0,4 \\ (d.) 5^1 = 5 \quad (e.) \frac{2^2}{3} = \frac{4}{3}$$

C.  $d < c < e < a < b$ , ja que

$$(a.) 3^2 = 9, \quad (b.) (-5)^2 = 25, \quad (c.) -5^2 = -25, \quad (d.) (-3)^2 = -27, \\ (e.) \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

## 9 Propietats de les potències

### Preguntes

**Exercici 9.1.** Completeu:

a.  $\frac{8^{-3}}{8^{-10}} = 8^{\square}$

d.  $\frac{4^{-6}}{4^7} = 2^{\square}$

b.  $(8^4)^8 = 8^{\square} = 2^{\square}$

e.  $(5^8 \cdot 4^{-8})^{-11} = 5^{\square} \cdot 4^{\square}$

c.  $5^3 \cdot 5^{-5} = 5^{\square}$

f.  $(7^{-4} \cdot 9^4)^{-10} = \left(\frac{9}{7}\right)^{\square}$

**Exercici 9.2.** Si es pot, reduïu aquestes expressions a una sola potència:

a.  $5^4 \cdot 5^3 \cdot 5^7$

d.  $6^4 \cdot 6^2 \cdot 6^3$

g.  $3^{10} \cdot 3^5 \cdot 3^2$

b.  $7^4 \cdot 7^{-2} \cdot 7^3$

e.  $8^2 \cdot 8^{-1} \cdot 8^5$

h.  $5^{-3} \cdot 5^4 \cdot 5^8$

c.  $4^2 \cdot 4^{-4} \cdot 4^{-1}$

f.  $3^{-4} \cdot 3^5 \cdot 3^7$

i.  $9^2 \cdot 9^{-4} \cdot 9^5$

**Exercici 9.3.** Expressiu com una sola potència:

a.  $5^2 \cdot 3^2$

f.  $63^3 \cdot 7^3$

j.  $(5^2)^{-3}$

b.  $4^{14} \cdot 2^{14}$

g.  $(4^3)^4$

k.  $(6^{-4})^7$

c.  $7^6 \cdot 3^6$

d.  $45^2 \cdot 9^2$

h.  $(5^7)^2$

l.  $(3^{-1})^{-2}$

e.  $25^7 \cdot 5^7$

i.  $(21^5)^8$

**Exercici 9.4.** Reduïu a una sola potència:

a.  $(5 \cdot 5^3)^2 \cdot 5^{-2}$

b.  $2^3 \cdot (2^{-3} \cdot 2 \cdot 2^7)^3 \cdot (2^{11} \cdot 2^4 \cdot 2^3)^{-4}$

c.  $(-3)^4 : (-3)^{-3} \cdot ((-3)^9)^{-2}$

g.  $3^5 : ((3^{23} : 3^{17})^2 \cdot 3^7)$

d.  $(((-2)^3)^5)^0$

h.  $5^3 \cdot 5^{-6} : 5^{-9}$

e.  $(a^5 : a^3)^2 \cdot (a^{-7} : a^{-2})^4$

i.  $(\frac{2}{3})^{-3} \cdot 2^3 : 3^5$

f.  $3 \cdot (3^2)^2 \cdot (3^3)^3 \cdot (3^4)^4$

j.  $(-2)^4 \cdot 4^2 : (-8)^2$

**Exercici 9.5.** Reduïu a una sola potència:

a.

$$\frac{(5^3 \cdot 5^2)^3}{5^4 : 5^2}$$

e.

$$(2^3 \cdot 2 : 2^{11})^{-3} : (2^{-15} : 2^{11})$$

b.

$$\frac{4^3 \cdot 4^3 \cdot 4^7}{4^9 \cdot 4^{-11} : 4^{15}} \cdot 4^3$$

f.

$$\left(6^7 \cdot \frac{6^3 \cdot 6^8}{6^{-3}}\right)^{-2} \cdot 6^2$$

c.

$$\frac{(4^{23} \cdot 4^{14})^2}{4^{25} : 4^{23}}$$

g.

$$(0,5^2)^3 \cdot 0,5^3 : (0,5^8 : 0,5^4)$$

d.

$$\left(\frac{2^3 : 2^5}{2}\right)^3 \cdot 2^{-5} : 2^3 \cdot 2$$

h.

$$(2^{-3} \cdot 2^{-8} : 2^{10}) ((2^3)^6 : 2)$$

i.

$$\left(\frac{5}{3}\right)^{-4} : 5^{-6} \cdot 3^4$$

**Exercici 9.6.** Simplifiqueu fins a obtenir una sola potència:

a.

$$\frac{2^{-6} \cdot (2^2)^{-4}}{2^{10} : 2^{-3}}$$

b.

$$\frac{(x^8 \cdot x^3 : x)^3}{(x^{10} : x^2)^3}$$

c.

$$\frac{5^3 \cdot (5^3)^{-2} \cdot 5^2}{(5^2)^4 \cdot 5^3 \cdot 5^{20}}$$



**Exercici 9.7.** Completeu:

a.  $(3^6 : 3^{-4})^3 \cdot 3^{\square} = 3^{17}$

d.  $(3^{\square})^{-3} \cdot 3^3 : 3 = 3^{-31}$

b.  $(3^6 \cdot (3^2)^3)^4 : 3^{40} \cdot 3^{\square} = 3^{-10}$

e.  $(3^8 \cdot 3^3)^{\square} : 3^{-2} = 3^{13}$

c.  $(2^{\square})^{-2} : 2^6 = 2^{34}$

f.  $(5^2 \cdot 5^3)^{\square} \cdot (5^2)^3 = 5^{105}$

**Exercici 9.8.** Simplifiqueu (potser sigui convenient factoritzar els nombres més grans):

a.  $5^{-3} : 5^4$

e.  $\frac{\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-2}}{\left(\frac{2}{5}\right)^2}$

b.  $(2^3)^{-2} \cdot 2^{-3}$

c.  $\frac{(4)^2 \cdot 2^3}{2^{-2}}$

f.  $\frac{4^2 \cdot 2^3 : 2^{-1}}{2^{-3} \cdot 8}$

d.  $\left(\frac{5}{2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4$

g.  $\frac{8^3 \cdot 2^3}{4^2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$

## Soluciones

9.4 (a.)  $5^{10}$  (b.)  $2^{-4}$  (c.)  $(-3)^{-11}$  (d.) 1 (e.)  $a^{-16}$  (f.)  $3^{30}$  (g.) 1 (h.)  $5^6$  (i.)  $2^{-1}$ .  
 $3^{-2}$  (j.)  $-2^2$

9.5 (a.)  $5^{13}$  (b.)  $4^{33}$  (c.)  $4^{72}$  (d.)  $2^{-16}$  (e.)  $2^{47}$  (f.)  $6^{-40}$  (g.)  $0,5^5$  (h.)  $2^{-4}$   
(i.)  $5^{-10} \cdot 3^8$

9.6 (a.)  $2^{-27}$  (b.)  $x^6$  (c.)  $5^{-32}$

9.7 (a.)  $-13$  (b.)  $-18$  (c.)  $-20$  (d.) 11 (e.) 1 (f.) 20

9.8 (a.)  $5^{-7}$  (b.)  $2^{-9}$  (c.)  $2^9$  (d.)  $\left(\frac{2}{5}\right)^7$  (e.)  $\left(\frac{5}{2}\right)^3$  (f.)  $2^8$  (g.)  $2^{13}$

# 10 Notació científica

## Preguntes

**Exercici 10.1.** Escriviu en totes les xifres:

- |              |           |              |
|--------------|-----------|--------------|
| a. $10^7$    | c. $10^0$ | e. $10^{-1}$ |
| b. $10^{-4}$ | d. $10^5$ | f. $10^{10}$ |

**Exercici 10.2.** Expresses com a potències de base 10:

- |             |              |                    |
|-------------|--------------|--------------------|
| a. 1000     | c. 1 bilió   | e. mil vegades mil |
| b. 0,000001 | d. $1/10000$ | f. 0,000000001     |

**Exercici 10.3.** Escriviu en notació científica els nombres següents:

- |                           |                               |                          |
|---------------------------|-------------------------------|--------------------------|
| a. $42,5 \cdot 10^{-3}$   | f. $5345,3 \cdot 10^{-4}$     | k. $6,023 \cdot 10^{23}$ |
| b. $0,505 \cdot 10^4$     | g. 0,5                        | l. 13700 milions         |
| c. $0,0055 \cdot 10^{-3}$ | h. -235,58                    | m. $10^{-35}$            |
| d. 59809,2                | i. 0,00000257                 | n. $52 \cdot 10^3$       |
| e. $498,93 \cdot 10^2$    | j. $0,0000453 \cdot 10^{-13}$ | o. $45 \cdot 10^4$       |

**Exercici 10.4.** Escriviu amb totes les xifres els nombres que corresponen a les notacions següents i indiqueu si es tracte de notacions científiques o no:

- |                          |                   |                           |
|--------------------------|-------------------|---------------------------|
| a. $2,3 \cdot 10^3$      | e. $10^{-43}$     | i. $-1,3 \cdot 10^{10}$   |
| b. $0,3 \cdot 10^{-4}$   | f. $1^3$          | j. 5                      |
| c. $5,456 \cdot 10^{-4}$ | g. $8 \cdot 10^9$ | k. $5,6 \cdot 10^{-36}$   |
| d. $54,2 \cdot 10^3$     | h. $10^4$         | l. $780,89 \cdot 10^{-4}$ |

**Exercici 10.5.** Calculeu:

- |   |   |  |
|---|---|--|
| a. $2 \cdot 10^2 \cdot 3 \cdot 10^3$      | e. $8 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^2$ | i. $2 \cdot 10^3 : 3 \cdot 10^{-4} : 5 \cdot 10^6$ |
| b. $6 \cdot 10^4 : (2 \cdot 10^3)$        | f. $(4 \cdot 10^2) : (3 \cdot 10^2)^2$          |  |
| c. $(5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^2) : 10^2$ | g. $8 \cdot 10^4 : (2 \cdot 10^3)$              |  |
| d. $(3 \cdot 10^4)^2$                     | h. $10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-20} : 2 \cdot 10^4$ |  |

**Exercici 10.6.** Expressiu en notació científica i calculeu el resultat:

a.

$$\frac{0,00054 \cdot 12.000.000}{250.000 \cdot 0,00002}$$

c.

$$\frac{0,00005:0,000004}{125.000 \cdot 800.000}$$

b.

$$\frac{1.320.000 \cdot 25.000}{0,000002 \cdot 0,0001}$$

d.

$$0,00005 \cdot \frac{124.000 \cdot 40.000}{60.000 \cdot 0,00003} : 0,000002$$

**Exercici 10.7.** Estimeu el resultat d'aquestes operacions usant notació científica

a.  $40.000 \cdot 0,00006$

c.  $8.900.000/59$

f.  $888 \cdot 700000:4000$

b.  $\frac{1}{3} \cdot 7.000.000$

d.  $9.900.000/4$

g.  $89999/30000$

e.  $2.900.000 \cdot 49$

h.  $500001 \cdot 210000$

# Solucions

.

# 11 Problemes de notació científica

## Preguntes

**Exercici 11.1.** Compareu el diàmetre del Sol amb la longitud d'una formiga. Quantes formigues cabrien en línia a l'equador del Sol?

Dades: (a.) Diàmetre del Sol: 1.392.000 km (b.) Longitud d'una formiga: entre 2 i 25 mm

**Exercici 11.2.** Compareu el pes d'un portavions amb el pes un foli DIN A4. Aproximadament, quants folis fan falta per igualar el pes d'un portavions?

Dades:

- L'USS Franklin pesa 27.100 tones
- Les dimensions d'un DIN A4 són  $210 \times 297$  mm
- Hi ha  $2^4$  DIN A4 a una foli DIN A0
- Un DIN A0 té una superfície de  $999949 \text{ mm}^2$
- Freqüentment el gramatge dels folis és de  $80 \text{ g/m}^2$

**Exercici 11.3.** Trobeu quantes vegades és més gran una balena en relació a una puça.

Dades: (a.) la balena blava té 32,9 m de llargària com a màxim i és l'animal més gran que ha existit mai. (b.) Una puça fa com a màxim 3,3 mm de llarg

**Exercici 11.4.** Quant més alt és l'Empire State Building que una persona

Dades: l'Empire State Building fa 443,2 m i podeu estimar l'alçada d'una persona entre 1,5 m i 2 m.

**Exercici 11.5.** La dita "És més difícil que trobar una agulla en un paller", indica la dificultat extrema de trobar una agulla en un paller. Trobeu quantes agulles caben en un paller.

Dades: una agulla de cosir té entre 0,25 mm i 0,70 mm de diàmetre i 38 mm de llarg. El graner el podeu suposar de  $10 \times 10 \times 4$  m. Nota: compareu els volums

**Exercici 11.6.** L'àlbum *Thriller* d'en Michael Jackson és el disc de vinil **més venut**, amb un total de 42,4 milions de còpies venudes arreu del món. Es diu que si apilèssim tots els LP junts aniríem i tornariem a la Lluna. És certa aquesta afirmació?

Dades: Gruixa d'un disc de vinil (amb la funda): 2 mm. La distància de la Terra a la Lluna és de 150.000.000 km (figura 14).

**Exercici 11.7.** Expressen en notació científica les mesures d'aquesta taula (figura 14) i compareu-les.

Esdeveniment	Mesura (m)
Distància mitjana Terra-Lluna	150.000.000.000
Diàmetre mitjà terrestre	12.800.000
Distància Palma-Alcúdia	75.000
Diàmetre mitjà de Júpiter	140.000.000
L'altura d'una persona	1,75
La distància mitjana entre el Sol i Alfa-Centauri	40.790.494.000.000.000

**Figura 14** Diverses distàncies del Sistema solar

**Exercici 11.8.** Aproximadament, quant més gran és la Terra en relació a un àtom? (preneu com a referència el radi mitjà de l'Urani, que és de 156 picòmetres). Un picòmetre és la mil milionèsima part d'un mil · límetre.

**Exercici 11.9.** Calculeu els volums dels cossos del sistema solar (figura 15) i passeu-los a notació científica. Utilitzeu aquesta informació per a comparar-los (feis servir el tamany de la Terra com a patró).

Cos	Radi mitjà (m)	Lluna major
El Sol	696.342.000	cap
Mercuri	2.439.700	cap
Venus	6.051.800	cap
La Terra	6.371.000	la Lluna ( $\varnothing$ 3.474.200 m)
Mart	3.390.000	Fobos ( $\varnothing$ 22.200 m)
Júpiter	69.911.000	Ganímedes ( $\varnothing$ 5.262.400 m)
Saturn	58.232.000	Tità ( $\varnothing$ 5.150.000 m)
Urà	25.362.000	Titania ( $\varnothing$ 1.576.800 m)
Neptú	24.622.000	Tritó ( $\varnothing$ 2.705.200 m)
Plutó	1.161.000	Caronte ( $\varnothing$ 1.207.000 m)

**Figura 15** Cossos del sistema solar (abans de l'any 2006 es consideraven els planetes del Sistema solar)

**Exercici 11.10.** Quin planeta del sistema solar té la lluna més gran (vegeu la figura 15)? Quantes vegades hi cap la Lluna?

**Exercici 11.11.** Quant de temps tardaríem a arribar al Sol des de la Terra anant en cotxe? (podeu suposar que aniríem a 100 km/h). La distància orbital de la Terra oscil·la entre 147.098.290 i 152.098.232 km.

**Exercici 11.12.** Feis una línia del temps dels esdeveniments següents (figura 16). L'abreviatura "ma" significa milions d'anys.

Esdeveniment	Ocurrencia (des de l'actualitat)
Big Bang	15.000 ma
Formació de les galàxies	13.000 ma
Formació de la Via Làctia	10.000 ma
Formació del Sol	5.000 ma
Formació de la Terra	4.500 ma
Aparició de la vida procariòtica	3.500 ma
Aparició de la vida eucariòtica	1.500 ma
Aparició dels primers peixos	490 ma
Aparició dels primers animals terrestres	415 ma
Pangea	280 ma
Extinció dels dinosaures	65 ma
Aparició dels primers primats	50 ma
Homo erectus	2 ma
Homo sapiens	200.000 anys
Naixement de Crist	2013 anys
Naixement de Einstein	134 anys

**Figura 16** Alguns esdeveniments *rellevants* en la història de l'univers

Abans de fer-ho, passeu el temps a notació científica i distribuir-los en un segment d'acord amb l'exponent de la base 10.

**Exercici 11.13.** Passeu aquestes mesures a la unitat estàndard corresponent i esbrineu quantes vegades cabria, aproximadament, un objecte que tingués la mesura menor dins un objecte que tingués la mesura major.

a. 40 quilòmetres i 3 mm

b. 54,56 dam i 3 cm



c.  $10^{-6}$  mm i 0,45 km

d. 48000 km i 0,0002 mm

**Exercici 11.14.** La Via Làctia té un radi aproximat de 50.000 anys llum. Què tardaríem a creuar de punta a punta la Via Làctia en cotxe? I si anàssim amb un coet espacial? Passeu els resultats a anys.

Dades necessàries:

- Un any llum és la distància que recorre la llum en un any
- La velocitat de la llum és de 300.000 km/s, aproximadament
- Podeu suposar que tenim un fórmula 1, amb una velocitat mitjana de 370 km/h
- Podeu **suposar** que el coet va a 30.000 km/h

**Exercici 11.15.** Quantes gotes d'aigua caben a una piscina?

Dades necessàries: (a.) Mesures d'una piscina olímpica:  $50 \times 25 \times 2$  m (b.) 20 mil gotes és un litre

# Solucions

.

**Part 2**  
**Relacions entre variables**

## 12 Proporcionalitat directa

### Preguntes

**Exercici 12.1. (recepta)** Tenim una recepte per fer llimonada per a 4 persones. Però necessitam fer-la per 10 persones (figura 17). Podríeu esbrinar la quantitat dels ingredients necessaris?

4 PERSONES		10 PERSONES	
Llimones.....	6	Llimones.....	
Aigua.....	1,5 l	Aigua.....	1
Llet condensada.....	200 ml	Llet condensada.....	ml

**Figura 17** Receptes de la llimonada

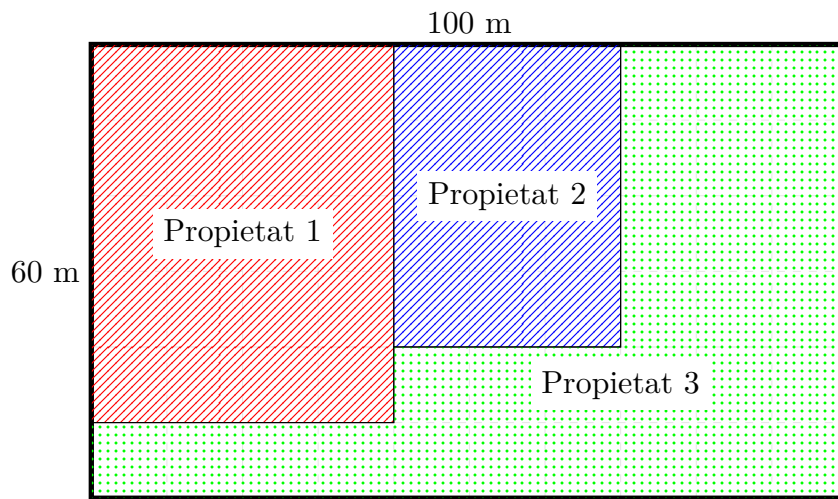
**Exercici 12.2. (compra al mercat)** Aquesta és la factura del mercat d'una persona (taula 7).

Concepte	Pes (kg)	Preu (€/kg)
Taronja suc	4	1,20
Rem negre	1,15	4,25
Pebre vermell	0,35	1,85
Prunes vermelles	1,10	1,75

**Taula 7** Receptes de la llimonada

Calculeu què haurà gastat en total aquesta persona.

**Exercici 12.3. (cadastre)** Aquest terreny tenia 6.000 metres quadrats al cadastre (figura 18), però, una vegada mesurat, només en té 5.500.



**Figura 18** Terreny original subdividit en tres propietats

Els propietaris volen actualitzar el registre al cadastre: quina superfície li han de trametre?

**Exercici 12.4. (informació nutricional)** Aquesta és l'etiqueta d'informació nutricional d'una caps de cereals (taula 8).

Valor nutritiu de referència	100 g
Energia	1620 kJ / 382 kcal
Lípids	1,5 g
Glúcids	85,0 g
Fibra	2.2 g
Proteïnes	6,0 g
Sal	0,30 g

**Taula 8** Informació nutricional d'arròs inflat amb xocolata

Una persona cada matí sol prendre uns 45 g de cereals.

- a. Quina quantitat de cada nutrient ingerirà?

b. Quina quantitat d'energia li aportaran els cereals?

Si només menjàs cereals, quina quantitat hauria d'ingerir per obtenir 2000 kcal

**Exercici 12.5. (etiquetes de descompte)** S'ha aplicat un descomptes a aquests productes (vegeu taula 9). De vegades s'ha comès un error. Detecteu les etiquetes defectuoses i corregiu-les: el preu original, el preu final o bé el descompte.

<input type="radio"/> <del>120 €</del> 60 € -60%	<input type="radio"/> <del>150 €</del> 100 € -30%
<input type="radio"/> <del>280 €</del> 200 € -25%	<input type="radio"/> <del>950 €</del> 617,5 € -35%
<input type="radio"/> <del>250 €</del> 370 € +50%	<input type="radio"/> <del>140,95 €</del> 77,52 € -45%

**Taula 9** Etiquetes de descompte

**Exercici 12.6. (descompte preferit)** Raoneu en cada cas quin descompte preferiríeu: (a.) 20% de descompte, (b.) 20 € de descompte, o (c.) per cada 6 euros 1 de descompte

- |                                  |                                     |
|----------------------------------|-------------------------------------|
| a. Una jogueta de 50 €           | d. Un telèfon mòbil de 829 €        |
| b. Un electrodomèstic de 26,50 € | e. Una llibreria de 150 €           |
| c. Una minicadena de 150 €       | f. Un dinar a un restaurant de 25 € |

Compareu el vostre descompte preferit als productes anterior amb una promoció "3 × 2" en el cas que compréssiu 3 unitats de cada producte.

**Exercici 12.7. (major grup)** D'un grup de persones es formen quatre subgrups: *A*, *B*, *C* i *D*, que poden no ser excloents — és a dir, una persona pot estar a dos grups simultàniament. Seleccioneu en cada cas quin grup conté a més persones.

a. **200 persones en total**

- a. 2 de 5 persones estan a  $A$
- b. a cada 4 persones de  $A$  li corresponen 3 persones de  $B$
- c. 20% són de  $C$
- d.  $2/8$  són de  $D$

b. **420 persones en total**

- a.  $3/4$  de persones estan a  $A$
- b. hi ha una correspondència: 3 de  $A \leftrightarrow 2$  de  $B$
- c. 40% és de  $C$
- d. de 5 persones, 4 són de  $D$

c. **245 persones**

- a.  $1/5$  de persones són de  $A$
- b. 20% de persones són de  $B$
- c. per cada 7 persones de  $A$ , n'hi ha 4 de  $C$
- d. per cada 49 persones, n'hi ha 1 de  $D$

d. **1800 persones**

- a. Un 30% és de  $A$
- b. 30 de cada 50 són de  $B$
- c. cada 5 persones de  $B$  li corresponen 2 persones de  $C$
- d.  $D$  té un 150% que les persones de  $C$

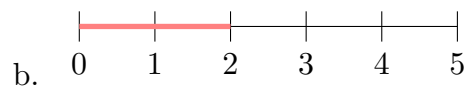
En tots els casos, digueu quantes persones hi hauria en el subgrup més nombrós si en total hi hagués 1000 persones.

**Exercici 12.8. (relacionar diagrames)** Relacioneu en cada cas els diagrames amb la proporció indicada

**A. Proporcions**

- a. 2 de 5
- b. 20%
- c.  $3/5$
- d. 5 a 10

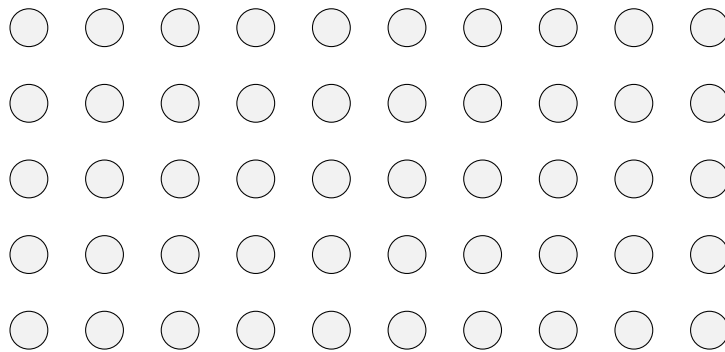
**B. Diagrames**





Per a cada proporció, dibuixeu nous diagrames que tengui longitud 100.

**Exercici 12.9. (representar a diagrames)** Usant el diagrama  $5 \times 10$  següent (vegeu la figura 19) representeu la informació donada en cada cas.



**Figura 19** Diagrama de punts  $5 \times 10$

- |           |          |          |           |
|-----------|----------|----------|-----------|
| a. 40%    | c. $3/4$ | e. 22%   | g. 5 a 3  |
| b. 4 de 5 | d. 4 a 1 | f. $1/8$ | h. 3 de 8 |

Si aquestes informacions corresponguessin a mostres de peixos ferits a la mar, calculeu quants peixos malalts hi hauria en una mostra de 3000 peixos en total.

**Exercici 12.10. (sou)** Na Marta fa feina per hores. Si fent 25 hores de feina, na Marta cobra 625 euros, quant cobrarà fent 40 hores? Quantes hores hauria de fer na Marta per cobrar exactament 2300 euros?

**Exercici 12.11. (astronautes)** Quatre astronautes mengen 20 kg de menjar en una setmana.

- Quants quilograms menjaran 7 astronautes?
- Si tenim 125 kg de menjar, per quants d'astronautes bastarà?

**Exercici 12.12. (consum de benzina)** El meu cotxe consumeix 4,5 litres cada cent quilòmetres. (a.) Quants litres consumiria si fes 56 km? (b.) Si tenc només 7 litres al dipòsit, quin recorregut podria fer?

**Exercici 12.13. (temps per trajecte)** Per anar de Palma a Campos una persona tarda 35 minuts. Quant tardaria aquesta persona per anar a Inca? Quan dugui 10 minuts després de partir, a quina distància estarà?



Dades necessàries:

- a. Distància Palma-Campos: 22 km
- b. Distància Palma-Inca: 32 km

**Exercici 12.14. (xampú)** Na Carme es pot rentar els cabells durant 48 dies amb un pot de xampú de 150 ml. Què necessita per rentar-se'ls durant 3 mesos?

**Exercici 12.15. (ensalada de fruites)** Per fer una ensalada de fruites, necessitam tallar a bocinets 4 taronges per a cada 10 plàtans. Quantes taronges hem de tallar a bocinets si disposem de 4 plàtans?

**Exercici 12.16. (pintura)** Pintar 50 m<sup>2</sup> de paret costa 500 euros. Quant costaria pintar 420 m<sup>2</sup>? Quants metres podrem pintar si només tenim 260 €?

**Exercici 12.17. (càries)** Segons les estadístiques, 2 de cada 5 persones tenen càries. Si són 360 les persones enquestades, quantes tenen càries?

**Exercici 12.18. (retoladors)** Tres retoladors costen 4,80 euros. Quant costaran 5 retoladors?

**Exercici 12.19. (rellotge)** Un rellotge s'ha endarrerit 18 minuts en 6 dies. Quants minuts s'haurà endarrerit d'aquí a 9 dies ? Quants dies han de passar per a que s'endarrereixi tres quarts d'hora?

**Exercici 12.20. (tren)** Si un tren recorre 430 km en sis hores, llavors quants de quilòmetres recorrerà en nou hores?

**Exercici 12.21. (sou)** Na Laia treballa de dependenta durant les vacances de Nadal. Per 5 dies de feina cobra 250 €. Si ha treballat 14 dies, quant cobrarà?

**Exercici 12.22. (arbre)** Un arbre als 12 mesos mesura 1,54 m d'altura. Si creixés al mateix ritme tot el temps, quant mesuraria als 24 mesos?

**Exercici 12.23. (Comparació de camises)** En una botiga tenen dues ofertes: 3 camises a 57 € o bé 5 camises a 92 €. Quina és millor?

**Exercici 12.24. (màquines d'impressió)** Tres màquines imprimeixen 1500 llibres cada una al mes. Si un empresari compràs 5 màquines més, quants llibres podrà imprimir al cap del mes?

**Exercici 12.25. (taronja)** Una bossa de taronges de 3 kg costa 5,82 €. Calculeu quant costarà una bossa de 5 kg.

**Exercici 12.26. (examen)** Na Júlia ha contestat bé 14 de les 18 preguntes d'un examen. Quina nota tindrà?

**Exercici 12.27. (Dieta recomanada)** A un pot de iogurt de 125 g. hi ha una inscripció que posa

“Contingut en calci 104 mg. (26% del consum diari recomanat)”

- Quants mil·ligrams de calci hauria de prendre (per a arribar al 100% de la quantitat de calci recomanada)?
- Per tant, quants iogurts hauria de prendre, si només s'alimentàs de iogurts?

**Exercici 12.28. (caixes de llibres)** A cinc caixes caben 24 llibres de 5 cm. d'amplària. Quants llibres cabrien a deu caixes? I a 21?

**Exercici 12.29. (preu dels polígrafs)** Quatre bolígrafs costen 1,20 €. Completeu aquesta taula:

Bolígrafs	1	2	3	4	5	10	15	20	30	50
€										

**Exercici 12.30. (màquina embotelladora)** Una màquina embotelladora ha omplert 45 ampolles en 5 minuts. Quant tardarà en omplir 180 ampolles? Empleneu la taula següent:

Ampolles	1	2	3	10	20	90	180	200	300	500
Temps										

**Exercici 12.31. (Rajoles de xocolata)** Quina rajola surt més bé de preu?



**Figura 20** Ofertes de xocolata

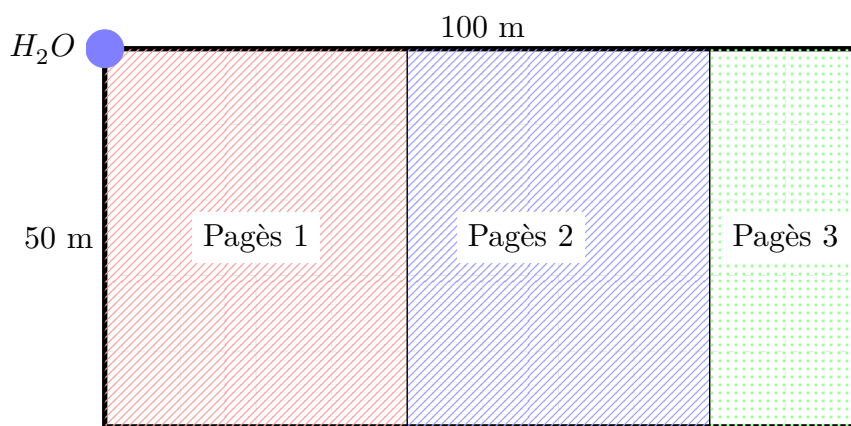
## Solucions

- 12.7 a.  $A$  té 80 persones,  $B$  té 60 persones, 40 persones són de  $C$ , 50 persones són de  $D$ . Per tant, el subgrup més nombrós és l' $A$ .
- b.  $A$  té 315 persones,  $B$  té 210 persones,  $C$  té 168 persones i  $D$  té 336. Per tant, el subgrup més nombrós és el  $D$ .
- c.  $A$  té 49 persones,  $B$  té 49 persones,  $C$  té 28 persones i  $D$  té 5 persones. Per tant, els subgrups més nombrosos són  $A$  i  $B$ .
- d.  $A$  té 540,  $B$  té 1080 persones,  $C$  té 432 persones i  $D$  té 648 persones. Per tant, el subgrup més nombrós és el  $B$ .

## 13 Problemes de percentatges

### Preguntes

**Exercici 13.1. (hores de reg)** Aquests pagesos comparteixen una única aixeta d'aigua (vegeu figura 21). Han arribat a l'acord de dividir-se les hores de reg en funció del terreny que tenen.



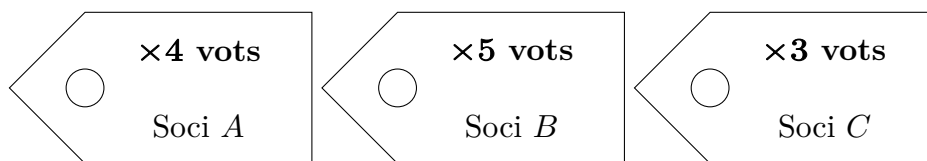
**Figura 21** Terreny que comparteixen una única aixeta per regar

- Quants hores de reg correspon a cada pagès?
- El tercer pagès vol vendre el seu terreny als altres dos pagesos d'una manera justa. Com ho hauria de fer? Podeu recalculer les hores de reg?
- Quina fracció del total tenia cada pagès al principi al final de la compra-venda?

**Exercici 13.2. (hores del dia)** Quin tant per cent del dia dormiu? Quin tant per cent feis feina? Quina fracció del dia menjau?

Estimeu el nombre d'hores que feis cada tasca i calculeu el tant per cent que suposa.

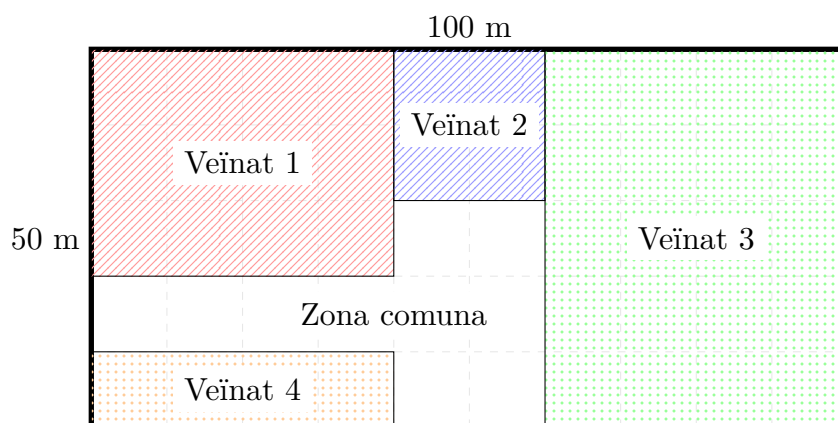
**Exercici 13.3. (vots en una empresa)** Aquestes són les participacions d'uns socis d'una empresa (vegeu figura 22).



**Figura 22** Participació d'uns socis en una empresa

S'ha de votar un tema polèmic. Pels estatus s'ha d'aprovar per un 60% dels vots. Podeu dir quines combinacions de socis arribarien a aquest percentatge? D'altra banda, a final d'any s'han de repartir els beneficis de l'empresa, que són de 5500 €. Què li tocarà a cadascun?

**Exercici 13.4. (valles i comunitat de veïnats)** La figura següent (vegeu figura 23) mostra les propietats dels diversos veïnats en una comunitat de veïnats. S'han de pintar les valles comunitàries, el pressupost del qual ascendeix a 3.000 €.



**Figura 23** Propietats d'una comunitat de veïnats

- Quina seria la manera més justa de pagar-la?
- Què hauria de pagar cada veïnat?

**Exercici 13.5. (qualificació)** La qualificació de Ciències Naturals a un centre d'adults és la següent (figura 10).

percentatge	instrument de qualificació
80%	exàmens
20%	deures

**Taula 10** Criteris de qualificació de l'assignatura de C. Naturals

Una alumna ha tret les següents notes:

– dels exàmens: 6, 7, 4

– dels deures: 10, 5, 8

Calculeu la nota final de l'alumna.

**Exercici 13.6. (apujada del sou)** En una empresa de 100 treballadors, hi ha tres categories diferents ( $A$ ,  $B$  i  $C$ ) que cobren respectivament 1050, 870 i 738 euros. Amb el nou any la direcció decideix pujar els sous en 30, 24 i 18 euros respectivament. Quina categoria ha pujat proporcionalment més el sou?

**Exercici 13.7. (+IVA)** Anam a una tenda i elegim uns calçons de 20 euros, sense IVA. Què ens costaran els calçons després d'afegir-los l'IVA?

**Exercici 13.8. (interès)** Al banc ens diuen que si demanem una crèdit ens faran un interès del 8%. Si demanàssim 2.000 euros, què hauríem de pagar d'interès? I en total?

**Exercici 13.9. (suspesos)** A una classe de 80 alumnes, el 35% ha suspès Català. Quants d'alumnes han suspès Català?

**Exercici 13.10. (partits)** De tots els partits que ha jugat, el nostre equip de futbol ha guanyat un 46% del total. Si en total s'han celebrat 50 partits, quants n'ha guanyat?

**Exercici 13.11. (percentatges encadenats)** Anam a una tenda i compram una joia per valor de 110 euros sense IVA (del 21%). (a.) Què ens costaria la joia? (b.) A l'hora de pagar, queiem bé el venedor i ens diu que ens farà un 12% de descompte. Què pagarem finalment? (c.) Ens hagués costat el mateix si des d'un principi ens haguessin aplicat un 9%?

**Exercici 13.12. (capital)** En un país, el 12,5% de la població de viu a la seva capital. Si viuen 200.000 persones a la capital, quantes persones té el país?

**Exercici 13.13. (empleats de l'empresa)** En una empresa, el departament de personal, el qual té 70 persones, suposa el 28% del total d'empleats de l'empresa. Quants empleats té l'empresa en total?

**Exercici 13.14. (beneficis venda)** En una empresa, el 22% de beneficis han estat deguts a vendes. Si l'empresa ha venut per un total de 25.000 €, quins beneficis ha tengut l'empresa?

**Exercici 13.15. (tv)** El 4% del meu temps lliure setmanal me'l pas mirant la televisió. Si veig 2 hores la televisió:

- a. Quant de temps lliure tenc al llarg de la setmana?
- b. Quin tant per cent suposen les hores de temps lliure en relació al total d'hores setmanals?

**Exercici 13.16. (gimnàs)** A un gimnàs, que té 250 socis, el 20% dels socis van a la classe d'aeròbic, el 30% fan peses i la resta fa *spinning*. Quanta gent hi ha a cada classe?

**Exercici 13.17. (col·lectius d'una empresa)** Dins una empresa que te 280 empleats, hi ha 10 càrrecs directius, 54 vice-directors i la resta és personal administratiu. Quin tant per cent suposa cada grup en el total dels empleats de l'empresa?

**Exercici 13.18. (H/D)** D'una classe de 30 persones, 18 són homes. Quin percentatge representen els homes respecte del total? I les dones?

**Exercici 13.19. (caragol)** Observam un caragol durant tres hores. La primera hora recorre 30 dm, la segona hora només 10 dm i la darrera hora, 40 dm. Quina distància ha recorregut? Calculeu el % que recorre cada hora

**Exercici 13.20. (teixidor)** Un teixidor va teixir una peça en quatre dies fent: 6,25 m, 5,70 m, 7 m i 8,05 m, respectivament. Quin percentatge de tela va teixir cada dia?

**Exercici 13.21. (reflexió teòrica)** D'entre el tant per cent, el tant per u o el tant per mil, ¿què faries servir per expressar més breument que 2 de cada 1240 habitants d'una població són daltònics? Per què?

**Exercici 13.22. (reflexió teòrica ★)** ¿Pot passar que tenguem dues classes d'alumnes,  $A$  i  $B$ , tals que:

- a. el percentatge d'alumnes rossos a la classe  $A$  sigui  $\geq 50\%$
- b. el percentatge d'alumnes rossos a la classe  $B$  sigui  $\geq 50\%$
- c. però, en canvi, el tant per cent de rossos entre les dues classes sigui  $< 50\%$ ?
- Si es possible, poseu-ne un exemple, sinó, justifiqueu la resposta.

**Exercici 13.23. (acomiadament)** Una empresa ha d'acomiar al 40% de la seva plantilla. Si a l'empresa hi ha 200 treballadors, quantes persones quedaran fent feina?

**Exercici 13.24. (llet)** La llet conté un 3,6% de matèria grassa. En un got de 200 centímetres cúbics, quanta n'hi ha?

## Solucions

13.8 (a.) 160 € (b.) 2160 €

13.9 28 alumnes

13.10 23 partits

13.12 1.600.000 persones

13.13 250 empleats

13.14 113636,36 €

13.15 (a.) 50 hores, (b.) 29.76%



# 14 Repartiments proporcionals

## Preguntes

### Directament proporcionals

**Exercici 14.1.** Na Laura, na Núria i en Pep juguen a la loteria. Aporten, respectivament, 20 euros, 30 euros i 10 euros. Al final toca (!). Els toca un premi de 10.000 euros. Quant toca a cadascú si han acordat repartir-s'ho proporcionalment?

**Exercici 14.2.** Dos germans en Vicenç i na Coloma obren una llibreta al banc. Cada mes, en Vicenç hi posa 40 euros i na Coloma 80 euros. Al cap d'uns anys tenen a la llibreta 3360 euros. Com els han de repartir? Què li toca a cadascú?

**Exercici 14.3.** Quatre socis decideixen comprar accions de borsa. Aporten 100, 500, 1000 i 5000 euros respectivament. Després d'un any obtenen uns beneficis de 25000 €. Què obté cadascú?

**Exercici 14.4.** Tres socis d'una empresa tenen el 10%, el 40% i el 50% del capital de l'empresa. L'empresa quebra i han de pagar un deute de 23.000 euros. Què ha de pagar cadascú?

**Exercici 14.5.** Tres amics van als Go Karts!. Per problemes monetaris es veuen obligats a llogar un sol cotxe entre els tres. Paguen 2, 3 i 10 euros respectivament. Si sabem que amb 15 euros podem colcar 20 minuts, quants minuts manarà cadascú el cotxe?

**Exercici 14.6.** Tres amics van a un cibercafè. No tenen doblers per llogar cadascun un ordinador, per tant, decideixen llogar-ne un entre els tres. Es treuen tot el que tenen a les butxaques i aporten: 1,20 €, 2,50 € i 80 cèntims. Si sabem que una hora de connexió costa 6 €, quants minuts utilitzarà l'ordinador cadascú?

### Inversament proporcionals

**Exercici 14.7.** El cost de la matrícula en una acadèmia de música és menor com més notables s'han aconseguit en el curs anterior. Tres amics, en Pere, na Sara i n'Elionor, han tret 2, 3 i 5 notables, respectivament, i entre els tres han pagat 310 €. Quant els hi ha costat la matrícula a cadascun?

**Exercici 14.8.** El professor d'Anglès demana traduir 59 pàgines d'una novel·la a tres alumnes de manera que tradueixi més el que menys positius tengui. Si el primer alumne té 2 positius, el segon, 5 i el tercer, 7, ¿quantes pàgines ha de traduir cada un d'ells?

**Exercici 14.9.** Un padrí deixa als seus tres néts la seva herència, que és de 120.000 €, però decideix que qui tengui més poc capital al moment de la seva mort se n'endurà més doblers, i qui tengui més capital, se n'endurà més poc (per a així afavorir els més pobres).

En el moment de la seva mort, els capitals dels tres néts són de 1.000, 2.000 i 10.000 euros.

Què rebrà cada nét?

## Solucions

14.2 1120€ i 2240€

14.3 (a.) 378,78 € (b.) 1893,93 € (c.) 3787,87€ (d.) 18939,39 €

# 15 Proporcionalitat inversa

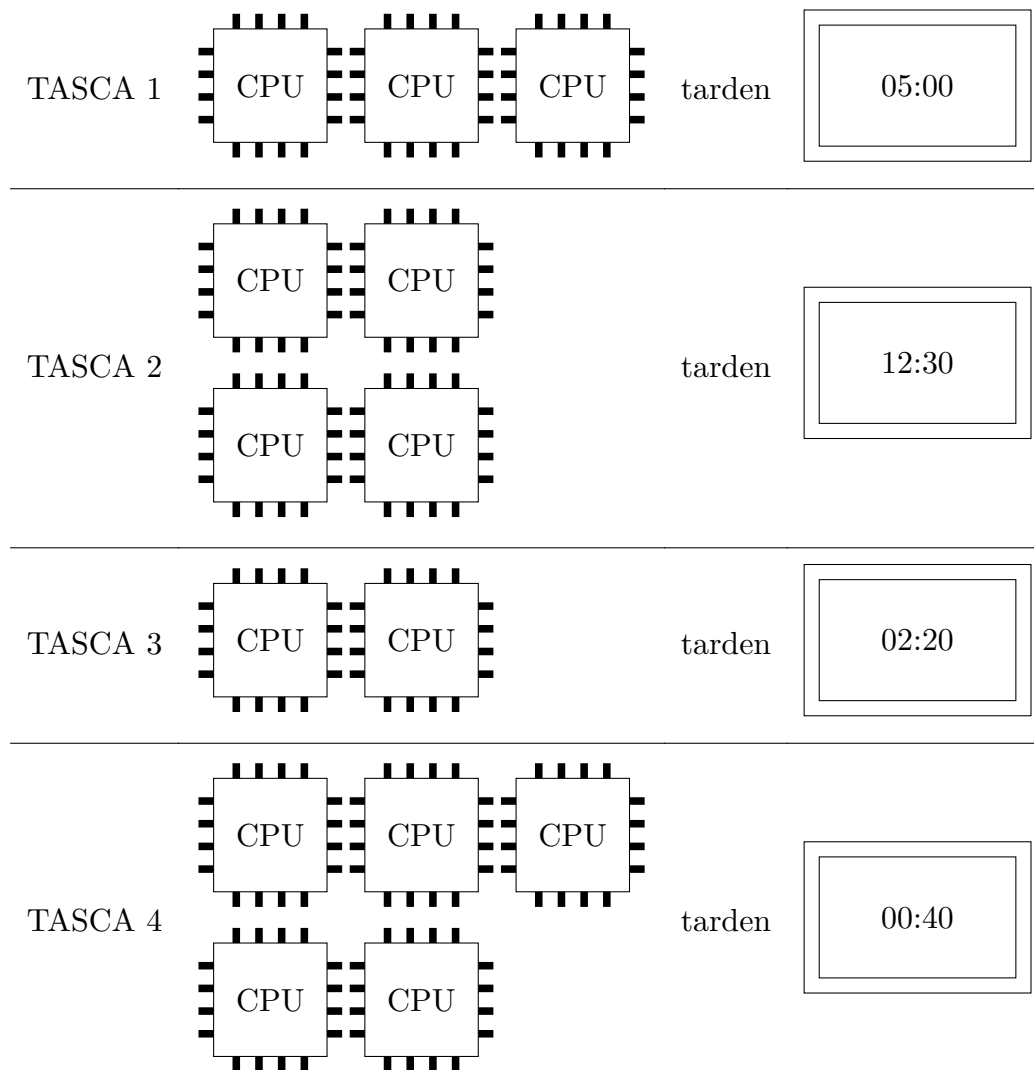
## Preguntes

**Exercici 15.1. (velocitat i temps d'arribada)** Aquests diagrames (vegeu taula 11) indiquen les velocitats i temps d'arribada d'una sèrie de mitjans de transport. Calculeu (a.) el temps d'arribada per la velocitat indicada (b.) i la velocitat necessària per arribar en el temps indicat

Avió	$\begin{array}{c} \text{900 km/h} \\ \text{2 h} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{820 km/h} \\ \text{? h} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{? km/h} \\ \text{5 h} \end{array}$
Tren	$\begin{array}{c} \text{100 km/h} \\ \text{1,5 h} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{80 km/h} \\ \text{? h} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{? km/h} \\ \text{0,5 h} \end{array}$
Vaixell	$\begin{array}{c} \text{20 Nusos} \\ \text{80 Min} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{25 Nusos} \\ \text{? Min} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{? Nusos} \\ \text{3 h} \end{array}$

**Taula 11** Velocitats i temps d'arribada d'un conjunt de mitjans de transport

**Exercici 15.2. (processadors i temps d'acabament)** En aquest diagrama (vegeu taula 12) s'indica el nombre de processadors que s'empren per realitzar diverses tasques i el temps estimat per acabar-la



**Taula 12** Nombre de processadors i temps estimat d'acabament de diverses tasques

- a. Calculeu el temps que es tardaria a acabar
- |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| A. La tasca 1 amb 5 CPU | C. La tasca 3 amb 5 CPU |
| B. La tasca 2 amb 7 CPU | D. La tasca 4 amb 9 CPU |
- b. Calculeu el nombre de CPU necessàries per acabar:
- |                           |                             |
|---------------------------|-----------------------------|
| A. La tasca 1 en 12 hores | C. La tasca 3 en 1 hora     |
| B. La tasca 2 en 6 hores  | D. La tasca 4 amb 10 minuts |

**Exercici 15.3. (nombre de màquines i producció)** Una cooperativa disposa de tres màquines d'esclovellar. (a.) Es considera comprar dues màquines més del mateix tipus per augmentar la producció. Quant de temps s'estalviarien en la producció? (b.) Quantes màquines s'haurien de comprar per baixar el temps de producció al 50%?

Dades necessàries: les tres màquines esclovel·len 3000 kilograms en 8 hores.

**Exercici 15.4. (preu marginal)** Sabem quins són els preus d'una capsa de tatxes segons el nombre d'unitats comprades (vegeu taula 13).

Unitats	500 unitats	1000 unitats
Preu capsa	3,65 €	7,00 €
Preu marginal		

**Taula 13** Preus de les capsas de tatxes

- Podeu calcular el cost de cada tatxa. Realment això es defineix com a *cost marginal*, és a dir, el cost de cada unitat.
- Què costaria una tatxa en una capsa de 5000 unitats?
- Quina capacitat hauria de tenir la capsa per a què el cost marginal fos de 0,001 €?

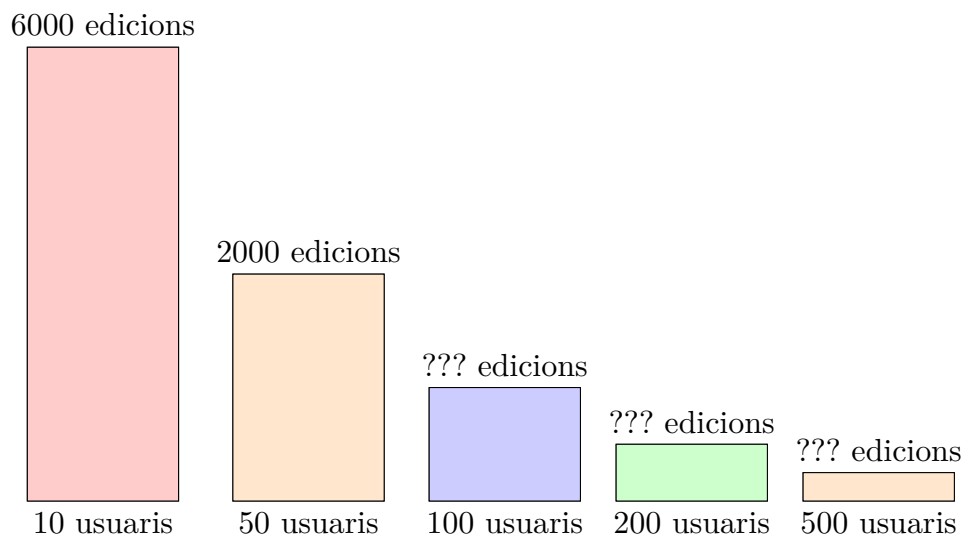
**Exercici 15.5. (Llei de Pareto)** En aquest diagrama (figura 24) es representa el nombre de persones i el nombre d'edicions d'un wiki, com podria ser Wikipedia. El diagrama està incomplet. El podríeu completar?

La *Llei de Pareto essencialment* diu que la riquesa en el món es distribueix desigualment: hi ha molt poca gent rica i moltes persones pobres [2]. Aquesta llei es pot generalitzar a altres àmbits en el que es diu *Llei potencial* [3].

**Exercici 15.6. (pressió del gas)** Es sap que a més pressió un gas ocupa menys volum [4]. De fet, les variables pressió i volum són inversament proporcionals. Sabent això, podríeu completar aquesta taula (taula 14)?

Pressió	5 kPa	12 kPa	3 kPa	36 kPa
Volum	2 m <sup>3</sup>			

**Taula 14** Preus de les capsas de tatxes



**Figura 24** Diagrama que representa el nombre de persones amb un nombre d'edicions determinat. Les variables són inversament proporcionals

**Exercici 15.7. (pes de la càrrega i velocitat màxima d'un vehicle)** A partir d'un punt, quan major és la massa de la càrrega que duu un vehicle menor és la velocitat màxima que pot assolir (vegeu taula 15). En realitat la massa de la càrrega i la velocitat es relacionen de forma inversament proporcional.

Càrrega ( kg)	20 kg	60 kg	80 kg	100 kg
Velocitat màxima ( km/h)	50 km/h			

**Taula 15** Velocitat màxima d'una bicicleta en funció de la massa de la càrrega

Completeu la taula anterior.

**Exercici 15.8. (caseta)** Es sap que vint persones tarden 24 dies a fer una caseta. Quant tardaran 5 persones?

**Exercici 15.9. (dipòsit)** Un dipòsit és ple en 12 hores utilitzant una boca d'aigua que expulsa 180 litres d'aigua per minut. Calculeu:

- El temps que tardaria a omplir-se si la boca d'aigua llancés 90 litres per minut
- La quantitat d'aigua per minut que seria necessària que sortís per la boca d'aigua per omplir el dipòsit en 36 hores

**Exercici 15.10. (puzzle)** Cinc persones tarden 1 hora a resoldre un puzzle. Quantes hores tardaran set persones?

**Exercici 15.11. (construcció d'una paret)** Sis obrers tarden dues hores en fer una paret. Quant tardaran 4 obrers?

**Exercici 15.12. (escriure un conte)** Tres persones són capaces d'escriure un conte en 6 hores. Quant tardaria una sola persona a escriure el mateix conte?

**Exercici 15.13. (aixetes)** Tenim un dipòsit i 4 aixetes damunt seu que estan totes tancades. Si obrim 3 de les 4 aixetes, tardam 39 minuts. Quant tardaríem en omplir el dipòsit amb les 4 aixetes obertes?

**Exercici 15.14. (pintar una paret)** Quatre obrers tarden 3 hores per pintar una paret. (a.) Quantes hores tardaran 6 obrers? (b.) Quants d'obers fan falta per pintar la paret en 4 hores?

**Exercici 15.15. (banda de música)** Una colla de 5 amics formen un grup de rock. Volen llogar els instruments i els toca pagar 60 € a cadascun. Ho troben una mica car i demanen la col·laboració d'un altre amic. Quant haurà de pagar ara cadascun?

**Exercici 15.16. (tasca de Català)** El professor de Català ha donat a fer a 4 alumnes un treball de 60 pàgines en total, fent 15 pàgines cadascun. Si un d'ells s'ha posat malalt i els altres han d'acabar el treball, quantes pàgines de més han de fer cadascun?

**Exercici 15.17. (velocitat d'un cotxe)** Si un cotxe tarda 2h 20 min en arribar al seu destí anant a 80 km/h. Quant tardarà si va a 100 km/h?

**Exercici 15.18. (excavadores)** Si deu excavadores tarden 30 dies en fer un túnel pel metro de Palma, què tardarien 4 excavadores?

**Exercici 15.19. (aixetes)** Quatre aixetes tarden 6 hores per omplir un dipòsit. Què tardaran vint-i-dues aixetes? Expresseu-ho en hores, minuts i segons.

**Exercici 15.20. (consum d'aigua ★)** Una persona fa un viatge pel desert. Per estalviar aigua, decideix beure aigua a raó de 33 cl per dia perquè li basti l'aigua per 15 dies. I així ho fa durant la primera setmana, després de la qual es perd.

Per això decideix reduir encara més el consum d'aigua a 10 cl/d.

a. Calculeu per quants dies li bastarà l'aigua que li queda

b. Quina quantitat d'aigua tenia al dipòsit inicialment i després d'una setmana



## Solucions

•

**Part 3**  
**Àlgebra**

# 16 Equacions de primer grau

## Preguntes

**Exercici 16.1.** (senzilles) Resoleu aquestes equacions:

a.  $2x + 3 = 5$

g.  $10 = 2x - 24$

b.  $5x - 10 = 20$

h.  $-3x + 4 = 13$

c.  $4x - 5 = 6$

i.  $2x = 10 - 5$

d.  $2x - 8 = 4$

j.  $10 = 4x - 2$

e.  $7x = 49$

k.  $5x - 2 = 20$

f.  $2 = 8x - 1$

l.  $-8 = -2x - 4$

**Exercici 16.2.** (senzilles i estàndard) Resoleu les equacions següents:

a.  $x = 2 - 5x$

g.  $3x - 5x = 2x - 7$

b.  $2x = -5x - 7$

h.  $2 = 3x - 5 + 2x$

c.  $6x - 7 = 2x$

i.  $40 - x = 2x + 2$

d.  $8x - 8 = 8$

j.  $-2 - 2x = -x + 7x$

e.  $2x = x$

k.  $x - 2 = 2x - 4$

f.  $x + x = x + 1$

l.  $2x + 8 = -x - 2x$

**Exercici 16.3.** (estàndard) Resoleu:

a.  $3x + 5 = 7x - 2$

d.  $7x - 8 = 5x + 2$

b.  $x - 10 = 2x - 4x + 2$

e.  $3x - 8 = 7x + 10$

c.  $x - 2 = 4x + 5$

f.  $-8 + 4x = 7 - x$

**Exercici 16.4.** (amb parèntesis) Resoleu les equacions següents:

a.  $3(x - 2) = 5x - 2$

e.  $x - (2x - 2) = 3$

b.  $5x = 4 - (x - 2)$

f.  $4x - (x + 4) = 40$

c.  $3(x - 2) = 4(x - 3)$

g.  $9 - (5 - 2x) = x + 1$

d.  $x = 100 - (x + 1)$

h.  $7 - 3(2x - 5) = 10$

**Exercici 16.5.** (amb fraccions) Resoleu les equacions següents:

a.

$$\frac{x}{2} + 30 = 2x$$

f.

$$2 + \frac{x}{3} = \frac{2x}{3} - 4$$

b.

$$x - 1 = \frac{3x}{4}$$

g.

$$\frac{x}{3} + 4 - \frac{x}{2} = -10$$

c.

$$x - 20 = \frac{x}{3} + 2$$

h.

$$\frac{2x}{6} - \frac{2x}{15} = x - 2$$

d.

$$x - 1 = \frac{3x}{4}$$

i.

$$\frac{x}{4} + 5 = \frac{7x}{12}$$

e.

$$x - 20 = \frac{x}{3} + 2$$

j.

$$\frac{x}{2} + 2 = 5 - \frac{5x}{6}$$

## Soluciones

- 16.1 (a.)  $x = 1$ , (b.)  $x = 6$ , (c.)  $x = 11/4$ , (d.)  $x = 6$ , (e.)  $x = 7$ , (f.)  $x = 3/8$ ,  
(g.)  $x = 17$ , (h.)  $x = -3$ , (i.)  $x = 5/2$ , (j.)  $x = 3$ , (k.)  $x = 22/5$ , (l.)  $x = 2$
- 16.2 (a.)  $x = 1/3$ , (b.)  $x = -1$ , (c.)  $x = 7/4$ , (d.)  $x = 2$ , (e.)  $x = 0$ , (f.)  $x = 1$ ,  
(g.)  $x = 7/4$ , (h.)  $x = 7/5$ , (i.)  $x = -38/3$ , (j.)  $x = -1/4$ , (k.)  $x = 2$ ,  
(l.)  $x = -8/5$
- 16.3 (a.)  $x = 7/4$ , (b.)  $x = 4$ , (c.)  $x = -7/3$ , (d.)  $x = 5$ , (e.)  $x = -9/2$ , (f.)  $x = 3$
- 16.4 (a.)  $x = -2$ , (b.)  $x = 1$ , (c.)  $x = 6$ , (d.)  $x = 99/2$ , (e.)  $x = -1$ , (f.)  $x = 44/3$ ,  
(g.)  $x = -3$ , (h.)  $x = 2$
- 16.5 (a.)  $x = 20$ , (b.)  $x = 4$ , (c.)  $x = 33$ , (d.)  $x = 4$ , (e.)  $x = 33$ , (f.)  $x = 18$ ,  
(g.)  $x = 84$ , (h.)  $x = 5/2$ , (i.)  $x = 15$ , (j.)  $x = 9/4$

# 17 Sistemes d'equacions lineals

## Preguntes

**Exercici 17.1.** (aïllats) Resoleu aquests sistemes d'equacions següents:

a.

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = 2x - 5 \end{cases}$$

f.

$$\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = 2x - 5 \end{cases}$$

k.

$$\begin{cases} y = -2x - 2 \\ y = 2x + 2 \end{cases}$$

b.

$$\begin{cases} y = 3x - 9 \\ y = x - 5 \end{cases}$$

g.

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -x - 1 \end{cases}$$

l.

$$\begin{cases} y = 3x \\ y = 6x - 3 \end{cases}$$

c.

$$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = 4x + 7 \end{cases}$$

h.

$$\begin{cases} y = x + 5 \\ y = 2x - 10 \end{cases}$$

m.

$$\begin{cases} y = 6x \\ y = 7x - 1 \end{cases}$$

d.

$$\begin{cases} y = 5x - 2 \\ y = -x - 2 \end{cases}$$

i.

$$\begin{cases} y = 4x + 1 \\ y = x + 3 \end{cases}$$

n.

$$\begin{cases} y = 4x + 5 \\ y = 2x + 5 \end{cases}$$

e.

$$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = 4x - 2 \end{cases}$$

j.

$$\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = 2x + 2 \end{cases}$$

o.

$$\begin{cases} y = x - 6 \\ y = -3x - 2 \end{cases}$$

**Exercici 17.2. (estàndard)** Trobeu la solució d'aquests sistemes d'equacions:

a.

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 10 \end{cases}$$

e.

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$$

i.

$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 5x - 4y = 3 \end{cases}$$

b.

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ -3x + y = 5 \end{cases}$$

f.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 9 \\ -6x - y = -5 \end{cases}$$

j.

$$\begin{cases} x + 7y = -11 \\ 7x + y = 19 \end{cases}$$

c.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x - 4y = -1 \end{cases}$$

g.

$$\begin{cases} 5x - y = 7 \\ 6x + y = 15 \end{cases}$$

k.

$$\begin{cases} 8x + 7y = 7 \\ -8x - 4y = -4 \end{cases}$$

d.

$$\begin{cases} -x - y = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

h.

$$\begin{cases} 5x + 5y = 50 \\ 10x - 5y = 25 \end{cases}$$

l.

$$\begin{cases} 4x + 2y = 8 \\ 8x + 5y = 22 \end{cases}$$

**Exercici 17.3. (amb fraccions)** Resoleu aquests sistemes d'equacions:

a.

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ \frac{x}{2} + y = 2 \end{cases}$$

b.

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 6 \\ x + y = -4 \end{cases}$$

c.

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \\ x - 2y = 18 \end{cases}$$

d.

$$\begin{cases} x - 2y = \frac{1}{2} \\ x + y = -1 \end{cases}$$

**Exercici 17.4. (amb parèntesis)** Resoleu aquests sistemes d'equacions:

a.

$$\begin{cases} 2(x + y) = 6 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

b.

$$\begin{cases} x - 2(y - 1) = 0 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

c.

$$\begin{cases} -(x - 2y) = 10 \\ 4x - y = -12 \end{cases}$$

## Solucions

- 17.1 (a.)  $x = 7, y = 9$ , (b.)  $x = 2, y = -3$ , (c.)  $x = -1, y = 3$ , (d.)  $x = 0, y = -2$ , (e.) qualsevol parell de nombres és una solució, (f.) no té solució (g.)  $x = -1, y = 0$ , (h.)  $x = 15, y = 20$ , (i.)  $x = 2/3, y = 11/3$ , (j.) qualsevol parell de nombres és solució, (k.)  $x = -1, y = 0$ , (l.)  $x = 1, y = 3$ , (m.)  $x = 1, y = 6$ , (n.)  $x = 0, y = 5$ , (o.)  $x = 1, y = -5$
- 17.2 (a.)  $x = 6, y = -4$ , (b.)  $x = -3/5, y = 16/5$ , (c.)  $x = 1, y = 1$ , (d.)  $x = 10, y = 0$ , (e.)  $x = 1/2, y = 2$ , (f.)  $x = 2, y = 3$ , (g.)  $x = 5, y = 5$ , (h.)  $x = 1, y = 1/2$ , (i.)  $x = 3, y = -2$ , (j.)  $x = 0, y = 1$ , (k.)  $x = 3/2, y = 2$
- 17.3 (a.)  $x = 2, y = 1$ , (b.)  $x = 4, y = -8$ , (c.)  $x = 6, y = -6$ , (d.)  $x = -1/2, y = -1/2$
- 17.4 (a.)  $x = 1, y = 2$ , (b.)  $x = 4, y = 3$ , (c.)  $x = -2, y = 4$



## 18 Problemes de sistemes d'equacions lineals: comparativa de productes

### Preguntes

**Exercici 18.1. (repartidors de publicitat)** En Joan i n'Albert firmen un contracte per repartir publicitat. En Joan cobra 20 € al dia fixos i 0,10 € per a cada full repartit. N'Albert, en canvi, cobra 5 euros per dia fixos i 0,18 € per a cada full.

Qui guanyarà més? En algun moment cobraran el mateix?

**Exercici 18.2. (companyies de telèfon)** Una persona vol fer una cridada telefònica amb un cosí que viu a la ciutat de Miami. Es diposen de dues opcions: la companyia de telèfons Comuniquem cobra 0,44 € per establiment de cridada i 0,06 € per segon, mentres que la companyia Paraules en cobra 0,02 € per establiment de crida i 0,61 € per segon [5].

Quina companyia seria més barata? Quants minuts podríem parlar?

**Exercici 18.3. (discoteques)** Una colla d'amics dubten si anar a una discoteca que cobra 10€ a l'entrada i 3€ per consumició o bé anar a una altra que només cobra 40 € d'entrada i que ofereix barra lliure?

A partir de quantes consumicions és més barata la segona opció? En quin moment serà indistint l'elecció?

**Exercici 18.4. (impressores)** En el mercat hi ha dues classes d'impressores (vegeu figura 25):

IMPRESSORA A	IMPRESSORA B
Cost impressora..... 250 €	Cost impressora..... 110 €
Cartutx (20 ml).....10 €	Cartutx (10 ml).....20 €

**Figura 25** Costos de les impressores

Quina impressora és més cara? (podeu suposar que gasten el mateix, és a dir, que el podeu imprimir el mateix nombre de folis amb la mateixa quantitat de tinta)

**Exercici 18.5. (jugador de futbol)** Un jugador de futbol cobra: 10.000€ per any i 1.000€ per a cada partit guanyat. Però el club de futbol on juga li vol fer una oferta: cobrar 15.000 l'any en total. Aquest jugador vos demana la vostra opinió sobre quina opció escollir. Quin consell li donaríeu?

Posteriorment, el club de la competència, li fa una contraoferta: 8.000€ per any i 2.500€ per partit guanyat. De les tres ofertes, quina triaríeu?

**Exercici 18.6. (manteniment del jardí)** Per pagar el manteniment del jardí d'una comunitat de veïns, es tenen dues ofertes de companyies diferents: amb la primera es paguen 100€ al mes fixos i 10€ per hora treballada dels operaris. Amb la segona, s'han de pagar 200€ fixos al mes i 5€ per hora treballada.

Feis una taula que relacioni el nombre d'hores facturades i la oferta més baragta.

**Exercici 18.7. (lloguer de cotxes)** Determineu en cada cas, quina companyia és més barata en funció del nombre d'hores de lloguer:

- a. Companyia de lloguer de cotxes A: 20 € per dia i 2€ per hora.  
Companyia B: 8 € per dia i 8 € per hora.
- b. Companyia de lloguer de cotxes A: 120 € per dia i 1€ per hora.  
Companyia B: 60 € per dia i 10 € per hora.

**Exercici 18.8. (lloguer de camells)** Un viatger vol llogar un camell al Marroc. Hi ha dues ofertes: la primera lloga el camell a 10 dirhams per hora i 50 dirhams de comissió; la segona el lloga a 25 dirhams per hora i 4 dirhams de comissió. Especifiqueu ens quins casos triaríeu la primera oferta i en quins la segona

**Exercici 18.9. (ofertes comercials)** Una persona rep dues ofertes per ser comercial de cotxes (vegeu figura 26):

EMPRESA A	EMPRESA B
Sou fix mensual..... 1000 €	Sou fix mensual ..... 110 €
Comissió per cotxe venut....300 €	Comissió per cotxe venut...100 €

**Figura 26** Ofertes que ha rebut un comercial

A partir de quants cotxes venuts li interessa triar l'oferta de l'empresa A a aquesta persona?

**Exercici 18.10. (el perímetre dels rectangles)** Tenim dos rectangles: (a.) el primer té la base igual a cinc vegades l'altura (b.) el segon té de base igual a dues vegades l'altura més deu

Si la base va creixent progressivament, en quin moment tendran els perímetres iguals?

**Exercici 18.11. (els telegrams)** Per enviar un telegrama, la web de Correus ens proporciona la informació següent [6] (vegeu taula 16) :

**Régimen continental**

Por cada palabra (sin mínimo de percepción)	0,67 €
Tarifa fija	19,48 €

**Régimen intercontinental**

Tarifa por palabra (con un mínimo de percepción por importe de siete palabras)	2,18 €
--	--------

**Taula 16** Transcripció de les tarifes de 2020 de Correus

Què és més barat, enviar un telegrama continental o intercontinental? De què depèn? En quin moment és igual de car?

**Exercici 18.12. (comissió recàrrega)** Per fer un recàrrec a la *cibertargeta*, Caixabanc ens cobra de les comissions següents:

RECÀRREC DE LA CIBERTARGETA	
Menys de 100 €.....	1 €
100 € o més .....	un 1%

Un altre banc ens ofereix una comissió de 2€, independentment del que s'ingressi.

Compareu la comissió de recàrrega segons l'import de l'ingrés i digueu, en quins casos, preferiríeu triar cada banc.

## Solucions

-

**Part 4**  
**Geometria**

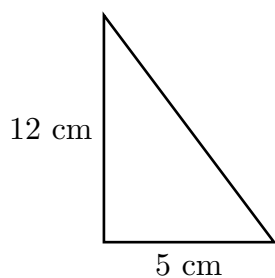
# 19 Teorema de Pitàgores

## Preguntes

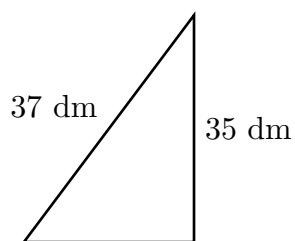
Les figures dels exercicis *no* estan a escala i, per tant, els raonaments visuals probablement no funcionin.

**Exercici 19.1.** (triangles rectangles) Trobeu els costats que falten dels triangles següents.

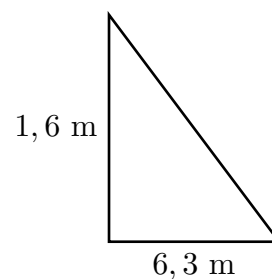
a.



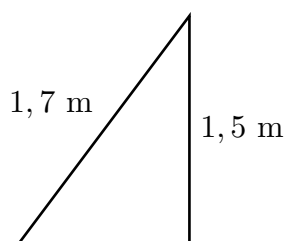
d.



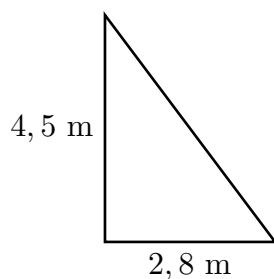
g.



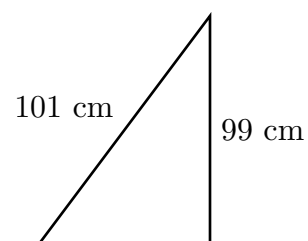
b.



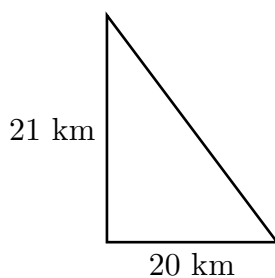
e.



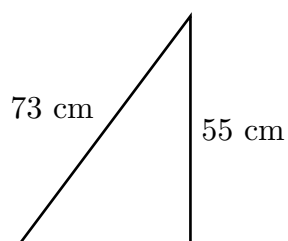
h.



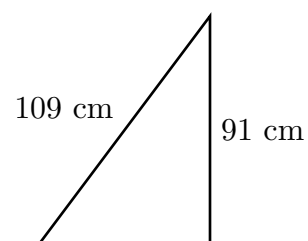
c.



f.



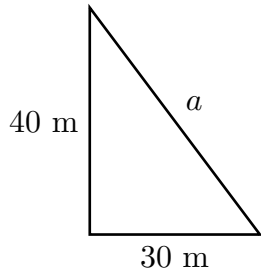
i.



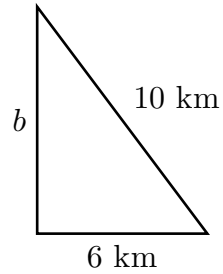
**Exercici 19.2.** (triangles rectangles) Trobeu (a.) què valen els costats desconeguts,

(b.) l'àrea i (c.) el perímetre dels triangles següents .

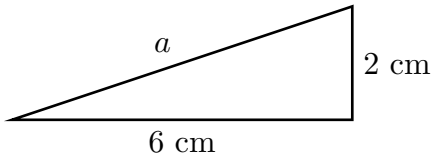
a.



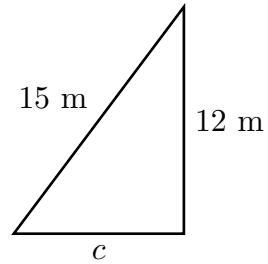
c.



b.

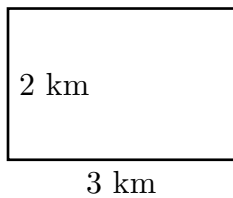


d.

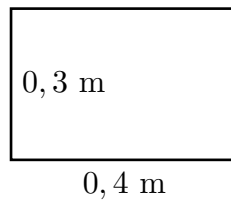


**Exercici 19.3. (diagonals de rectangles)** Trobeu les diagonals d'aquests rectangles.

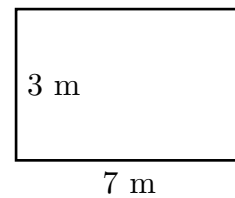
a.



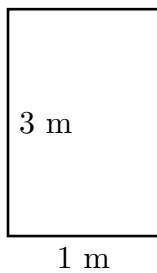
c.



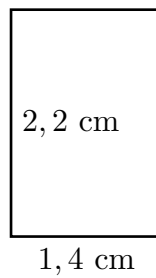
e.



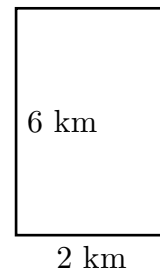
b.



d.

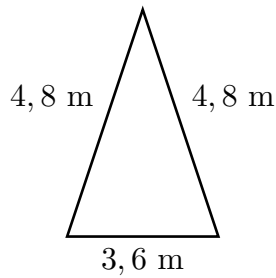


f.

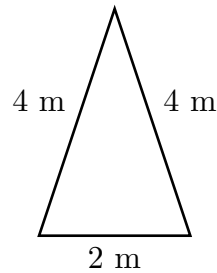


**Exercici 19.4.** (triangles isòsceles i equilàters) Calculeu l'àrea d'aquests triangles isòsceles i equilàters<sup>1</sup>.

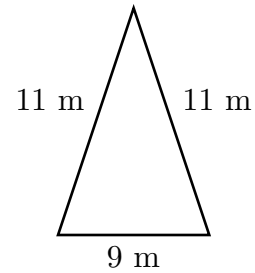
a.



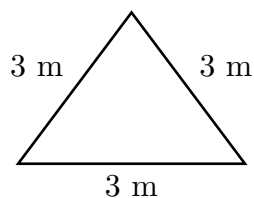
c.



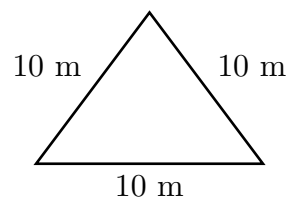
e.



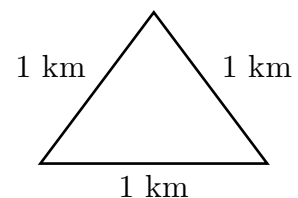
b.



d.



f.



**Exercici 19.5.** (triangle equilàter) Trobeu l'àrea d'un triangle equilàter de 8 cm de costat.

**Exercici 19.6.** (hexàgon regular) Calculeu l'apotema d'un hexàgon regular de 5 cm de costat.

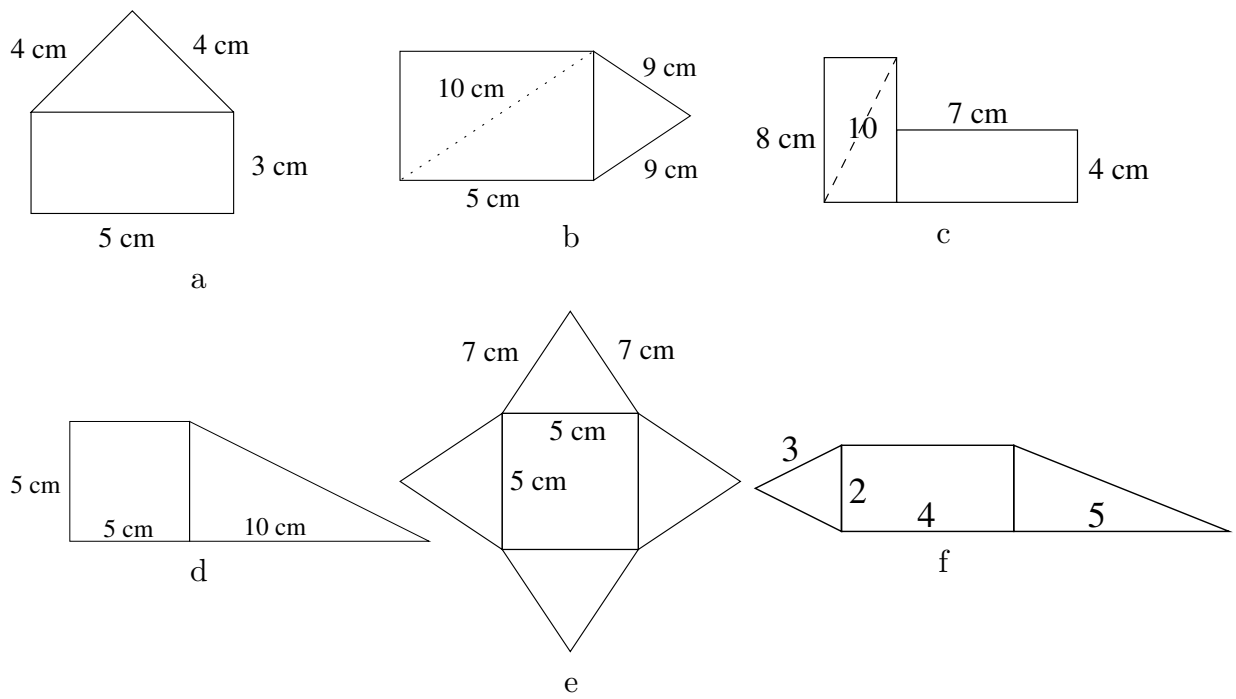
**Exercici 19.7.** (cub) Trobeu la diagonal d'un cub de 10 cm d'aresta

**Exercici 19.8.** Determineu, sense dibuixar-lo, si un triangle de costats 7, 8 i 9 cm és rectangle.

**Exercici 19.9.** (figures compostes) Trobeu (a.) l'àrea i (b.) el perímetre de les figures següents (figura 27). Potser sigui necessari aplicar el teorema de Pitàgores per trobar algun costat. Noteu que aquestes figures no estan a escala i, per tant, els raonaments visuals poden no funcionar.

<sup>1</sup> Un triangle isòsceles és aquell que té dos costats iguals i un desigual; un triangle equilàter és aquell que té tots els costats iguals.





**Figura 27a** Diverses figures

## Solucions

- 19.1 (a.) 1,3 cm, (b.) 8 m, (c.) 29 km, (d.) 12 dm, (e.) 5,3 m, (f.) 48 cm, (g.) 6,5 m, (h.) 20 cm, (i.) 60 cm
- 19.2 (a.) el costat val 50 m, el perímetre val 120 m i l'àrea val  $600 \text{ m}^2$  (b.) el costat val 6,32 cm, el perímetre val 14,32 cm i l'àrea val  $6 \text{ cm}^2$  (c.) el costat val 8 km, el perímetre val 24 km i l'àrea val  $24 \text{ km}^2$  (d.) el costat val 9 m, el perímetre val 36 m i l'àrea val  $54 \text{ m}^2$
- 19.3 (a.) 3,6 km, (b.) 3,16 m, (c.) 0,5 m, (d.) 2,6 cm, (e.) 7,6 m, (f.) 6,3 km
- 19.4
- 19.8 No és un triangle rectangle
- 19.6 L'apotema val 4,33 cm
- 19.7 17,32 cm
- 19.5 L'àrea fa  $27,68 \text{ cm}^2$
- 19.9 (a.)  $P = 19 \text{ cm}$ ,  $A = 22,8 \text{ cm}^2$  (b.)  $P = 36,66 \text{ cm}$ ,  $A = 77,42 \text{ cm}^2$  (c.)  $P = 42 \text{ cm}$ ,  $A = 76 \text{ cm}^2$  (d.)  $P = 36,18 \text{ cm}$ ,  $A = 50 \text{ cm}^2$  (e.)  $P = 56 \text{ cm}$ ,  $A = 90,3 \text{ cm}^2$  (f.)  $P = 24,38$ ,  $A = 15,82$

## 20 Problemes del teorema de Pitàgores

### Preguntes

**Exercici 20.1.** Trobeu la diagonal d'una porteria de futbol de 2,44 m d'alt i 7,32 m de llarg.

**Exercici 20.2.** Una persona obri les cames formant un angle recte. Quina distància separarà els seus peus

Dades necessàries: la longitud de les cames és de 1,2 m

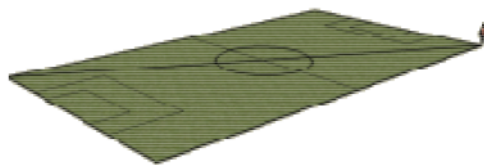
**Exercici 20.3.** En una urbanització s'han protegit 310 finestres quadrades de 1,26 m de costat amb una cinta adhesiva especial, com es veu a la figura 28. Quants metres de cinta s'han fet servir?



**Figura 28** Esquema de la cinta adhesiva

**Exercici 20.4.** Una escala de 3,7 m de longitud es troba recolzada en una paret, quedant el peu a 1,5 m d'ella. A quina altura arriba l'escala sobre la paret?

**Exercici 20.5.** Un futbolista entrena corrent la diagonal del terreny de joc d'un camp de futbol, anada i tornada, 30 cops tots els dies (figura 29). Quina distància total recorre? El terreny de joc té unes mides de  $105 \times 67$  m.



**Figura 29** Camp de futbol

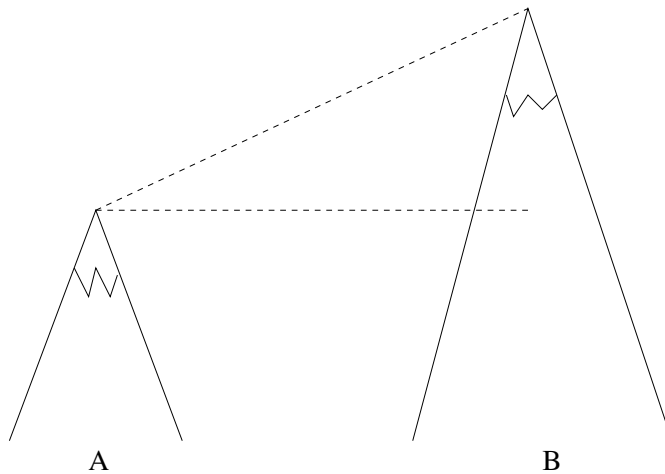
**Exercici 20.6.** En una habitació que fa  $10 \times 50$  metres, volem anar de cantó a cantó. Calculeu quina distància recorrerem.

**Exercici 20.7.** Un edifici té una altura de 80 metres i nosaltres estem a una distància de 25 metres. Calculeu la distància que hi ha des del punt més alt de l'edifici a on estem

**Exercici 20.8.** Des d'una torre de fusta 20 m d'alçada es vol muntar una tirolina al terra. Si volem que la base de la tirolina estigui a 100 m de la torre, de quina llargària necessitem la corda de la tirolina?

**Exercici 20.9.** Amb un punter làser sabem que la distància des d'un observador a l'extrem superior d'un arbre és de 20 m. Si sabem que l'observador està a 7 m de l'arbre, calculeu l'altura de l'arbre

**Exercici 20.10.** Volem mesurar l'altura de la muntanya  $B$ . Les dades que sabem és que (a.) La muntanya  $A$  fa 200 m (b.) la distància entre els cims és de 500 m i (c.) el desplaçament horitzontal entre les muntanyes és de 100 m (vegeu figura 30)



**Figura 30** Diversos triangles

**Exercici 20.11.** Dues persones surten al mateix temps des del mateix punt: una en bicicleta en direcció nord i l'altra a peu en direcció est a 20 km/h i 5 km/h, respectivament. Calculeu quina distància els separarà al llarg de 6 hores. I al cap de 10 hores.

## Solucions

- 20.1 La diagonal és de 7,71 m
- 20.2 Aproximadament 1,70 m
- 20.3 Necessitarem 551,8 m de cinta
- 20.4 L'escala arriba als 3,38 m d'altura
- 20.5 El futbolista recorre 7473 m
- 20.6 Recorrerem 50,99 m
- 20.7 La distància és de 83,31 m
- 20.8 La distància és 101,98 m
- 20.9 L'altura de l'arbre fa 18,73 m
- 20.10 La muntanya *B* té una alçada de 689,89 m
- 20.11 (a.) La distància que separa les persones al cap de 6 hores és de 123,69 km.  
(b.) I al cap de 10 hores és de 206,15 km

**Part 5**  
**Estadística**

## 21 Població i mostra

### Preguntes

**Exercici 21.1. (enquesta d'intenció de vot)** Volem determinar quin partit guanyarà les pròximes eleccions. Per saber-ho hem de fer una enquesta, ja que és impossible fer-la a totes les persones de Mallorca: quan acabàssim, potser ja s'haurien celebrat les eleccions! (nota: podríeu calcular què tardaríeu?).

- Quines preguntes faríeu?
- Com triaríeu les persones a enquestar? Quantes en triaríeu?
- Una vegada demanades les preguntes, quin seria el pròxim pas?

**Exercici 21.2. (nombre de televisors)** Si volem saber la quantitat de televisors que es tenen a les llars de Mallorca, quin tipus d'enquesta heu de fer?

**Exercici 21.3. (nombre de sabates)** Volem fer un estudi estadístic de la talla de calçat que usen els alumnes de 3r d'ESO d'un institut.

- a. Quina seria la població?
- b. Tria'n una mostra. Quina grandària té?
- c. Trobes que la teva mostra és una *bona* mostra, o sigui, que representa l'institut?

**Exercici 21.4.** Assenyala en quin cas és més convenient estudiar la població sencera o una mostra:

- a. La longitud dels perns que, sense interrupció, produeix una màquina
- b. L'estatura de tots els turistes en un any
- c. El pes d'un grup de cinc amics

**Exercici 21.5.** El titular d'un diari és "El pes mitjà dels espanyols és de 69 kg"

- a. Com creus que s'ha arribat a aquesta conclusió? Quina mostra s'ha pres?
- b. Quines característiques ha de tenir la mostra? Podrien ser tots els individus de la mateixa edat? Si tots són dones, seria correcte la mostra?

**Exercici 21.6.** Volem fer un estudi del nombre d'hores que els alumnes dediquen a la lectura

- a. Tria'n una mostra
- b. Quina grandària té la mostra?
- c. Quina és la població

**Exercici 21.7.** Si es vol fer un estudi estadístic de la talla de calçat que usen els alumnes d'ESPA d'un centre d'adults:

- a. Quina seria la població?

b. Tria'n una mostra. Quina grandària té?

**Exercici 21.8.** Quines poblacions i mostres correspondrien si intentéssim donar resposta a les preguntes següents:

- a. Quantes bombetes defectuoses hi ha a una fàbrica?
- b. Quina és la intenció de vot de les pròximes eleccions?

**Exercici 21.9.** Què passa si es menteix a una enquesta? Reflexioneu sobre en quines de les afirmacions següents esteu d'acord:

- a. A les enquestes no es menteix. Les persones sempre diuen la veritat
- b. Un bon enquestador detecta si l'enquestat menteix
- c. En cas de detectar que un enquestat menteix, aquest s'ha d'eliminar de l'enquesta
- d. Les persones que menteixen a una enquesta són la minoria. Per tant, no són importants
- e. Les mentides es compensen: si un enquestat diu  $B$  quan realment pensa  $A$ , potser un altre enquestat dirà  $A$  quan pensa  $B$ . L'estadística juga a què, a grans trets, aquestes trampes es compensen

**Exercici 21.10.** Indiqueu quan la població coincideix amb la mostra i quan no. Raoneu la resposta:

- a. Rendiment d'un esportista
- b. Enquestes electorals
- c. Notes dels exàmens d'un grup de persones
- d. Registres meteorològics
- e. Gols per partit d'un equip de futbol
- f. Cens de població (característiques de la població d'una determinada regió)
- g. Enquestes d'opinió
- h. Nombres que surten a la loteria
- i. Estudi del *perfil* de les persones que fan una certa activitat (per exemple, que utilitzen el Facebook™)



## Solucions

-

## 22 Tipus de variables estadístiques

### Preguntes

**Exercici 22.1.** Si es fes un estudi per caracteritzar els cotxes que tenen els habitants d'Espanya, quins aspectes es podrien tenir en compte? Quins tipus de variables estadístiques s'haurien de recollir en aquest estudi.

Intentau trobar almenys 6 característiques.

**Exercici 22.2.** Es vol fer un estudi per conèixer com són els alumnes d'un centre educatiu. Quines característiques trobes que serien les més rellevants? Quins tipus de variables estadístiques es recollirien? Podeu recollir aquestes dades i treure les conclusions pertinents al vostre centre?

**Exercici 22.3.** En un partit de bàsquet, digues 5 variables estadístiques que hi apareguin. Almenys una de cada classe.

**Exercici 22.4.** Determineu el tipus de variable estadística:

- |                            |   |
|----------------------------|---|
| a. Any de naixement        | f. Perímetre de la cintura                  |
| b. Color dels cabells      | g. Pes del cervell                          |
| c. Professi3 d'una persona | h. Nombre de vegades que ha viatjat en avió |
| d. Perímetre toràcic       |   |
| e. Estat civil             |   |

**Exercici 22.5.** Classifiqueu aquestes variables segons el tipus:

- Comunitat aut3noma de residència
- Nombre de veïnats d'un edifici
- Professi3 del pare
- Consum de benzina cada 100 km d'un cotxe

**Exercici 22.6.** De les variables següents, quines són discretes?

- Nombre de mascotes
- Talla de calçat
- Perímetre cranial
- Ingressos diaris en una fruiteria
- Quilograms de carn consumits al menjador d'un col·legi durant una setmana

**Exercici 22.7.** Indiqueu el tipus de variable estadística que s'estudia en cada cas i quina és la poblaci3 i la mostra:

- El programa favorit dels membres de la teva família

- b. La talla del calçat de les alumnes d'ESO
- c. La temperatura mitjana diària de Binissalem
- d. L'edat dels habitants d'un país
- e. El tamany mitjà de les pedres d'un torrent
- f. El sexe dels habitants d'un poble
- g. Els diners setmanals gastats pels teus amics
- h. Els efectes d'un nou medicament en l'ésser humà
- i. El color dels cabells dels teus companys de classe

**Exercici 22.8.** Determineu si les variables estadístiques següents són qualitatives o quantitatives:

- a. Any de naixement
- b. Color dels cabells
- c. Professió d'una persona
- d. Perímetre del tòrax
- e. Estat civil
- f. Marca del cotxe preferit
- g. Estatura
- h. Nombre de vegades que ha viatjat amb avió una persona
- i. Longitud del dit polsa
- j. Hores que dorm una persona
- k. Hora a la que es desperta una persona
- l. Preu d'un litre de benzina

## Solucions

22.1 Per exemple, es podrien tenir en compte la marca de cotxe, color, quilòmetres recorreguts, potència del motor, tipus de combustible, pressió de les rodes, nombre de seients. Classificades per tipus de variables estadístiques tendríem:

- ★ qualitatives: marca, color, tipus de combustible
- ★ discretes: nombre de seients
- ★ contínues: quilòmetres recorreguts, potència del motor, pressió de les rodes

22.2 Per exemple, es podria voler saber

(a.) on viuen, (b.) nacionalitat, (c.) centre de procedència, (d.) edat, (e.) sexe, i (f.) la primera lletra del seu nom . Amb això, les variables estadístiques serien, respectivament:

(a.) qualitativa, si recopilem l'adreça; discreta si recopilem el codi postal; contínua si recopilem les coordenades GPS, (b.) qualitativa, (c.) qualitativa, (d.) discreta, (e.) qualitativa, (f.) qualitativa

22.3 Per exemple, el temps transcorregut des del començament (contínua), el nombre de persones assistents (discretes), els noms dels equips (qualitativa), punts de l'equip amfitrió (discreta) i el nombre de tirs des de la línia de tres punts (discreta).

22.4 (a.) Quantitativa discreta (b.) qualitativa (c.) qualitativa (d.) quantitativa contínua (e.) qualitativa (f.) quantitativa contínua (g.) quantitativa contínua (h.) quantitativa discreta

22.5 (a.) Qualitativa (b.) quantitativa discreta (c.) qualitativa (d.) quantitativa contínua

22.6 Són variables quantitatives discretes el nombre de mascotes, la talla de calçat, ingressos diaris en una fruiteria (si tenim en compte que les monedes tenen màxim una *precisió* de cèntims).

22.7 Ho podem resumir en aquesta taula (Taula 17):

Variable	Tipus	Població	Mostra
Programa favorit	Qualitativa	Família	Família
Talla sabata	Quantitativa discreta	Alumnat d'ESO (d'Espanya)	Per exemple tots els alumnes d'un centre de secundària
Temperatura mitjana	Quantitativa contínua	Temperatures durant tots els moments del dia durant tota la història de la Terra	Per exemple, dos registres diaris durant 10 anys
Edat dels habitants	Quantitativa discreta	Tots els habitants d'un país	Per exemple, 1000 persones
Tamany de les pedres	Quantitativa contínua	Totes les pedres d'un torrent	Per exemple, 1000 pedres escollides a l'atzar
Sexe dels habitants	Qualitativa	Habitants d'un poble	Depèn del nombre d'habitants del poble. Si el poble és molt petit, pot coincidir amb la població. Si el poble és molt gran, s'hauria de triar una mostra representativa
Diners gastats	Quantitativa discreta	Diners gastats per tots els meus amics	Pot coincidir fàcilment amb la població

**Taula 17a** Taules de les variables estadístiques, tipus, població i mostra de l'exercici 22.7

Variable	Tipus	Població	Mostra
Efectes d'un medicament	Qualitativa	Tots els éssers humans	Un grup prou ample de persones, sobretot divers (edat, sexe, etc.)
Color dels cabells	Qualitativa	Persones en una classe excepte el subjecte especificat	Segurament coincidirà amb la població

**Taula 17b** Taules de les variables estadístiques, tipus, població i mostra de l'exercici 22.7

22.8 (a.) quantitativa (b.) qualitativa (c.) qualitativa (d.) quantitativa (e.) qualitativa (f.) qualitativa (g.) quantitativa (h.) quantitativa (i.) quantitativa (j.) quantitativa (k.) quantitativa (l.) quantitativa

## 23 Recompte de dades

### Preguntes

**Exercici 23.1.** Demanem a 20 persones sobre el nombre de vegades que havien viatjat a l'estranger i el resultat ha estat aquest (figura ):

3 5 4 4 2      3 3 3 5 2  
6 1 2 3 3      6 5 4 4 3

- De quin tipus de variable es tracte?
- Quin és el tamany de la població? I de la mostra?
- Organitza les dades. Fes-ne un recompte

**Exercici 23.2.** Completeu la taula estadística següent, on  $f$ ,  $F$  i  $f_r$  representen, respectivament, la freqüència absoluta, la freqüència absoluta acumulada i la freqüència relativa.

$x$	10	11	12	13	14
$f$	3	3	5		
$F$				18	
$f_r$	0,12				

**Exercici 23.3.** Completeu la taula estadística següent, on  $x$ ,  $f$ ,  $F$  i  $f_r$  representen, respectivament, la variable estadística, la freqüència absoluta, la freqüència absoluta acumulada i la freqüència relativa.

$x$	2	4	10	14	16
$f$	9	9	5		
$F$				29	
$f_r$	0,15				

**Exercici 23.4.** Les dades següents corresponent al nombre de sabates usades per 20 individus:

39, 40, 41, 42, 39, 39, 40, 41, 40, 42,  
40, 41, 40, 39, 40, 39, 39, 39, 40, 41

- Digueu quin tipus de variable és: discreta o contínua
- Construiu la taula de freqüències absolutes

**Exercici 23.5.** El nombre de fills de cinquanta famílies d'un poble de Mallorca són:

2, 2, 1, 0, 3, 2, 1, 1, 0, 1, 2, 1, 2, 1, 1, 2, 1, 1, 0, 0,  
0, 1, 2, 1, 2, 1, 0, 1, 5, 1, 4, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 1, 2, 1,  
1, 2, 2, 2, 1, 3, 6, 0, 0, 0.

(a.) Trobeu la taula de freqüències. (b.) Quin tant per cent representa cada valor?

**Exercici 23.6.** El nombre de gols marcats per un jugador de futbol per partit són:

2, 1, 0, 1, 0, 1, 2, 4, 0, 1

Trobeu i, si és possible, interpreteu:

- La taula de freqüències
- Les freqüències relatives, els percentatges d'aparició i la freqüència absoluta

**Exercici 23.7.** Trobeu el percentatge d'aparició del nombre de viatges que varen fer un nombre de persones en el darrer any:

10, 20, 15, 17, 8, 7, 10, 15, 0, 5, 1, 2, 4, 3, 2, 1, 5,  
3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 6, 4, 8, 2, 3, 3, 7, 8,  
9, 7, 5, 6, 6, 5, 9, 3, 3, 4.

**Exercici 23.8.** Si tirem un dau 5000 vegades, el nombre de vegades que surt cada nombre segueix la següent taula:

Valor	Freqüència absoluta
1	0
2	500
3	250
4	800
5	200
6	3250



Trobeu les freqüències acumulades, les freqüències relatives i el tant per cent d'aparició de cada valor.

**Exercici 23.9.** Volem estudiar el nombre d'hores que dormen per dia (de 0 a 12) els membres d'una família. Per això feim l'estadística durant un mes (taules 18, 19 i 20):

6, 7, 8, 8, 5, 6, 6, 8, 9, 11,  
10, 5, 7, 8, 4, 6, 8, 7, 9, 10,  
5, 8, 8, 8, 4, 7, 6, 7, 8, 8.

**Taula 18** Pare

8, 8, 7, 8, 9, 8, 7, 8, 9, 8,  
8, 9, 10, 8, 9, 9, 8, 8, 7, 8,  
8, 8, 7, 9, 9, 8, 8, 11, 8, 6.

**Taula 19** Mare

9, 10, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 10, 11,  
9, 9, 8, 8, 8, 10, 10, 8, 8, 8,  
8, 4, 12, 10, 8, 8, 9, 8, 7, 9.

**Taula 20** Fill

Responen:

- Qui dorm més cada dia?
- Calculeu el tant per cent que representa dormir 8 hores a cadascun dels familiars

**Exercici 23.10.** Trobeu la taula de freqüències de les dades següents:

10, 6, 4, 5, 2, 3, 9, 1, 10, 2,  
7, 8, 5, 3, 2, 7, 4, 7, 8, 8,  
3, 5, 7, 9, 1, 2, 7, 5, 9, 10.

**Exercici 23.11.** Feis la taula de freqüències de:

1, 2, 2, 1, 5 1, 2, 1, 1, 2  
2, 2, 3, 3, 2 3, 2, 1, 2, 3  
3, 5, 2, 5, 3 1, 2, 3, 5, 5

**Exercici 23.12.** El nombre de cotxes que tenen 25 famílies a Balears és:

0, 0, 2, 1, 3, 3, 1, 4, 0, 4,  
0, 1, 2, 0, 3, 0, 1, 0, 4, 0.  
0, 3, 1, 0, 3.

Feis la seva taula de freqüències.

**Exercici 23.13.** Feis la taula de freqüències de:

1, 2, 2, 1, 5, 1, 2, 1, 1, 2  
2, 2, 3, 3, 2, 3, 2, 1, 2, 3  
3, 5, 2, 5, 3, 1, 2, 3, 5, 5

Si  $x$  representa la variable estadística recopilada, a què és igual  $x_3$ ?. A què és igual  $f_4$ ? i  $f_{r_5}$ ?

# Solucions

23.13 :

Dada	Freqüència absoluta
1	7
2	11
3	7
4	0
5	5

Amb això, tenim que  $x_3 = 3$ ,  $f_4 = 0$ ,  $f_{r_5} = 5$ .

## 24 Paràmetres de centralització

### Preguntes

**Exercici 24.1.** Trobeu la mitjana, la mediana i la moda de les notes de Llengua Catalana d'una classe de tercer d'ESPA:

1, 5, 6, 7, 6, 9, 8, 9, 8, 4, 3, 7, 8, 5, 6, 7, 8, 5, 6, 8

Interpreteu-les.

**Exercici 24.2.** Calculeu la mediana i la moda de les següents dades:

1, 2, 4, 2, 1, 5, 6, 1, 5, 6

**Exercici 24.3.** Hem analitzat un text, cercant línia per línia els errors ortogràfics que apareixen. Després d'analitzar 45 línies, aquests han estat els resultats:

0, 1, 2, 0, 3, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 2,  
4, 0, 1, 0, 3, 0, 1, 0, 0, 5, 0, 3, 2, 1, 0,  
0, 2, 0, 1, 0, 2, 2, 0, 0, 0, 3, 0, 1, 0, 0

Amb aquestes dades:

- Feis la taula de freqüències
- Calculeu la moda
- Calculeu la mitjana aritmètica

**Exercici 24.4.** Aquestes són la mida de 50 pedres del torrent de sa Riera (en cm), separats per punt i comes:

2; 2,3; 4; 2,1; 1,2; 5; 2,1; 3; 2,4; 2,2;  
1,9; 1,95; 2,01; 2,51; 2,67; 2,6; 2,7; 2,8; 2,55; 2,56;  
8; 2,3; 2,02; 1,99; 1,89; 3,4; 2,1; 2,02; 2,78; 2,09;  
1,22; 2,03; 2,4; 3,1; 2,22; 3,1; 3,1; 2,3; 2,3; 2,03;  
2,4; 3,2; 5; 2,5; 1,3; 1; 4,1; 3,3; 2,7; 2,92

- Agrupeu les dades en intervals en quatre intervals
- Trobeu la marca de classe de cada interval
- Amb les marques de classe, trobeu la mitjana aritmètica, la moda i la mediana

- d. Interpreteu les dades anteriors
- e. Feis una gràfica que representi la marca de classe i la seva freqüència absoluta

**Exercici 24.5.** El color de les camisetes de 20 al·lots i al·lotes d'un institut és:

VERMELL, VERD, BLAU, VERD, GROC,  
 VERMELL, BLAU, BLAU, GROC, BLAU,  
 VERD, BLAU, MARRÓ, NEGRE, VERMELL,  
 VERMELL, BLAU, BLAU, GROC, BLAU

- a. Quina és la moda? Quina freqüència té?
- b. Si en l'institut hi ha 300 alumnes (entre al·lots i al·lotes) en total, quantes persones duran una camiseta de color vermell si extrapolam les dades?
- c. Podem calcular la mitjana aritmètica? I la mediana? Per què?

**Exercici 24.6.** Calculeu la mitjana, la moda i la mediana d'aquesta sèrie de dades:

3, 2, 4, 9, 8, 1, 0, 2, 4, 1, 8, 6, 3, 4, 0, 7, 3, 2, 4, 5, 2, 5,  
 6, 5, 4, 9, 2, 5, 7, 4, 1, 8, 6, 1, 5, 7, 1, 3, 0, 5, 0, 2, 1, 5, 5

Si aquestes dades corresponguessin al nombre de llibres per mes que han llegit els espanyols l'any 2010, què signifiquen els paràmetres anteriors?

**Exercici 24.7.** Hem recopilat una sèrie de dades en una taula de freqüències:

Valor	26	28	30	32
Freqüència	6	7	4	4

- a. Calculeu la mitjana aritmètica
- b. Calculeu la moda
- c. Si ordenéssim totes les dades de menor a major, quin seria el valor que ocuparia just la posició central? Com s'anomena aquest valor?

**Exercici 24.8.** El nombre d'aparells d'aire condicionat venuts per vuit dependents durant el mes de març va ser:

8, 11, 5, 14, 8, 11, 16, 11

Trobeu:

- la mitjana aritmètica
- la moda
- el tant per cent que representa cada valor
- Què volen dir aquestes dades?

**Exercici 24.9.** Calculeu la moda, la mediana, el quartil  $Q_3$  i els percentils  $p_{45}$  i  $p_{90}$  d'aquestes dades:

10, 1, 2, 5, 9, 4, 6, 7, 3, 2, 1, 5, 8, 4, 6,  
3, 8, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 4, 4, 4, 5, 2, 2, 3,  
6, 7, 8, 2, 4, 1, 2, 5, 2, 6.

**Exercici 24.10.** Calculeu  $a$  si sabem que la mitjana de les dades següents és igual a 21,25. Les dades són:

Valors	10	15	20	25	50
Freqüència absoluta	3	4	2	$a$	2

**Exercici 24.11.** Les dades següents:

23, 17, 19,  $x$ , 16,  $y$

tenen com a mitjana 20 i com a moda 23. Quant valen  $x$  i  $y$ ?

**Exercici 24.12.** Donats quatre nombres,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$ , si diem  $\bar{x}_{a,b}$  a la mitjana de  $a$  i  $b$ ,  $\bar{x}_{c,d}$  a la mitjana de  $c$  i  $d$  i  $\bar{x}$  a la mitjana de  $a, b, c$  i  $d$ , digueu com podem obtenir  $\bar{x}$  en funció de  $\bar{x}_{a,b}$  i  $\bar{x}_{c,d}$ , o sigui, com podem obtenir la mitjana de quatre nombres coneixent les mitjanes dels nombres collits de dos en dos.

**Exercici 24.13.** El nombre de germans que tenen diversos habitants d'un poble són:

Germans	0	1	2	3
Freqüència absoluta	60	100	150	90

Calculeu:

- La mitjana aritmètica del nombre de germans per persona
- El tant per cent que suposa cada ocurrència del nombre de germans.

- c. La seva mediana
- d. Interpreteu aquestes dades.

**Exercici 24.14.** Quin és el rang d'aquestes dades?

2, 1, 1, 0, 2, 2, 1, 1, 1, 5,  
2, 1, 1, 3, 2, 1, 2, 1, 2, 1.

- a. Què vol dir el resultat d'aquesta variable estadística si les dades corresponen al nombre de televisors que tenen 20 famílies de Mallorca?
- b. Calculeu la moda i la mitjana aritmètica? Què volen dir aquests resultats?

**Exercici 24.15.** En la primera avaluació, dels 30 alumnes d'una classe, el 10% ho va aprovar tot, el 20% va suspendre una assignatura, el 50% va suspendre dues assignatures i la resta va suspendre més de dues assignatures.

- a. A partir d'aquestes dades, feis la taula de freqüències
- b. Calculeu la mitjana aritmètica del nombre d'assignatures suspeses

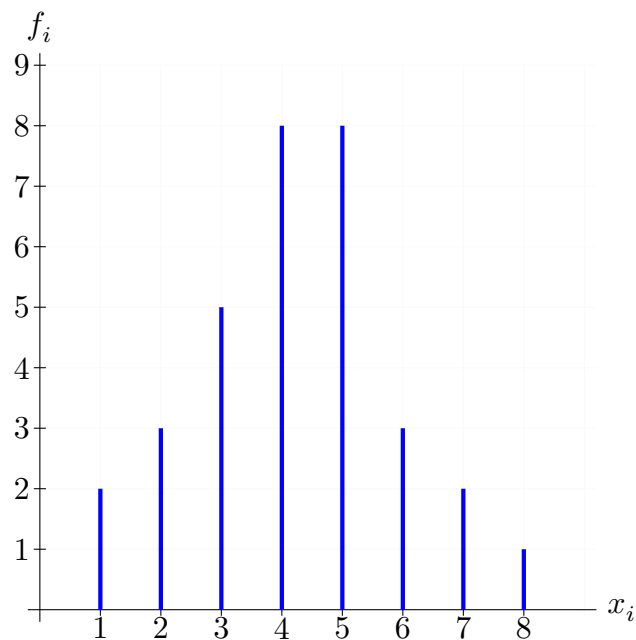
**Exercici 24.16.** El color dels cabells de 30 persones és:

M, R, P, M, M, M, M, P, R, R, M, M, R, R, R,  
R, P, M, M, M, P, M, M, M, M, M, R, M, M, M

on M = moreno, R = ros i P = pèl-roig.

- a. Construïu la taula de freqüències
- b. Calculeu la moda
- c. Es pot calcular la mitjana? Per què?

**Exercici 24.17.** A partir del diagrama següent:



- Trobeu la moda
- Trobeu la taula de freqüències
- Calculeu la mitjana

Si el diagrama fos sobre el nombre de mòbils que han tengut 32 persones, què significarien les dades que heu calculat?

**Exercici 24.18.** El nombre de cotxes que tenen 8 famílies escollides a l'atzar és:

2, 0, 2, 3, 1, 2, 2, 1

Feis la taula de freqüències expandida i la mitjana aritmètica.

**Exercici 24.19.** El nombre de missatges de SMS que varen enviar per Nadal una família de 10 membres varen ser:

10, 2, 3, 8, 1, 0, 7, 8, 7, 4

Feu la taula de freqüències i trobeu la mitjana de SMS per familiar i la moda

**Exercici 24.20.** Deprés de llançar un dau 40 cops obtenim els següents resultats:



2, 6, 1, 6, 2, 6, 1, 6, 2, 6,  
4, 5, 6, 0, 4, 5, 2, 3, 5, 3,  
6, 1, 2, 6, 6, 4, 6, 1, 3, 5,  
2, 6, 6, 2, 4, 6, 6, 6, 5, 6.

Recompteu les dades amb la taula de freqüències i trobeu la mitjana

**Exercici 24.21.** El nombre de nés que tenen 30 persones escollides a l'atzar són:

2, 4, 11, 6, 9, 6, 4, 3, 2, 1, 0, 2, 3, 0, 4,  
5, 6, 7, 6, 8, 7, 0, 2, 3, 4, 4, 6, 5, 6, 6.

Feis la taula de freqüències i calculeu la moda

**Exercici 24.22.** El nombre de dies de pluja per setmana a la ciutat de Londres durant 54 setmanes (un any) són:

0, 3, 4, 7, 4, 6, 5, 0, 1, 4, 3, 4, 5, 5, 7, 7, 1, 7, 0, 7,  
1, 7, 4, 2, 5, 7, 6, 3, 3, 7, 2, 2, 2, 2, 5, 4, 2, 1, 0, 1,  
6, 2, 1, 5, 3, 0, 6, 5, 2, 2, 0, 0, 0, 5.

Feis la taula de freqüències i trobeu la mitjana i la moda

**Exercici 24.23.** A una classe de 4t d'ESPA, les notes de Matemàtiques de cada alumne són:

4, 5, 6, 1, 2, 6, 7, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 1, 0, 4, 6, 4, 9,  
5, 3, 4, 1, 6, 6, 6, 5, 4, 0, 6, 6, 5, 4, 0, 5, 3, 4, 1, 6.

- Feis la taula de freqüències
- Calculeu la mitjana, la moda

**Exercici 24.24.** De les sis assignatures que es poden aprovar en un curs d'ESPA, els alumnes de 4t han aprovat les següents assignatures el primer quadrimestre:

5, 6, 4, 6, 3, 6, 4, 3, 4, 6,  
5, 0, 5, 1, 6, 2, 6, 3, 6, 5,  
5, 6, 1, 6, 6, 1, 0.

- Feis la taula de freqüències
- Calculeu la mitjana

c. Trobeu la moda

**Exercici 24.25.** El nombre gols per partit de dos equips de futbol són:

– Equip *A*

2, 1, 3, 1, 2, 0, 2, 3, 1, 0 2, 2, 3, 2, 1, 0, 1, 2, 2, 3  
2, 1, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 0 3, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 0, 3, 2.

– Equip *B*

1, 4, 0, 1, 0, 3, 4, 2, 3, 0 2, 3, 3, 5, 1, 2, 0, 3, 0, 3  
0, 4, 1, 3, 4, 1, 3, 0, 2, 4 0, 3, 3, 2, 1, 0, 0, 0, 2, 2.

- Feis la taula de freqüències de cada equip.
- Quin tant per cent té cada equip de marcar com a màxim 2 gols?
- Quin equip marca més gols per partit?

**Exercici 24.26.** Calculeu la moda, la mediana, el quartil  $Q_3$  i els percentils  $p_{40}$  i  $p_{95}$  de les dades següents.

30, 80, 50, 60, 70, 80, 90, 10, 40, 40, 40, 50, 20, 20, 30, 100, 10, 20, 50, 90,  
40, 60, 70, 30, 20, 10, 50, 80, 40, 60, 10, 20, 50, 20, 60, 60, 70, 80, 20, 40

**Exercici 24.27.** El nombre de persones que va assistir diàriament a una classe de 4t d'ESPA va ser:

0, 8, 5, 4, 9, 9, 6, 12, 5, 11  
13, 5, 12, 7, 15, 8, 12, 9, 17, 18

- Agrupar les dades en intervals d'amplitud 5
- Calcular  $\bar{x}$  i  $Mo$

**Exercici 24.28.** Les notes de Matemàtiques d'una classe de 4t d'ESPA són:

0, 2, 3, 1, 3, 3, 2, 1, 3, 3,  
5, 6, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 9, 10.

- Calcular la mitjana i la moda
- Trobar la mediana i treure conclusions.

**Exercici 24.29.** Després de llançar un dau 40 cops obtenim els següents resultats:

2, 1, 1, 2, 2, 2, 1, 2, 2, 2, 4, 5, 3, 5, 4, 5, 2, 3, 5, 3,  
6, 5, 2, 2, 1, 4, 1, 1, 3, 5, 2, 6, 6, 2, 4, 3, 1, 1, 5, 1

- Recompteu les dades amb la taula de freqüències
- Trobeu el rang de valors
- Trobeu la mitjana aritmètica
- Calculeu la moda
- Calculeu la mediana
- Segons aquests paràmetres podem dir si el dau està trucat o no? Raoneu la resposta

**Exercici 24.30.** El nombre d'assignatures aprovades (de 0 a 5) d'una classe de 4t d'ESPA són:

0, 1, 0, 4, 5, 4, 5, 3, 4, 2,  
1, 0, 2, 4, 5, 5, 4, 3, 2, 1  
1, 5, 2, 0, 0, 1, 2, 3, 5, 5

Feis la taula de freqüències i calculau  $\bar{x}$ ,  $Me$  i  $Mo$

**Exercici 24.31.** El nombre de persones per caixa en un supermercat és:

1, 2, 5, 4, 0, 0, 1, 2, 3, 2,  
2, 2, 5, 6, 1, 2, 2, 2, 0, 10,  
1, 1, 3, 5, 3, 1, 4, 3, 5, 5

- Quanta gent hi ha al supermercat fent coa?
- Quin és el nombre màxim de persones que esperen a una caixa?
- Quin és el valor més usual de persones a una coa d'una caixa?
- Quina és la mitjana?
- Trobeu  $p_{75}$
- Interpreteu cadascun d'aquestes dades
- Amb tota aquesta informació, podríeu dir que hi ha poques o moltes persones fent coa a caixa?

## Solucions

-

## 25 Paràmetes de dispersió

### Preguntes

**Exercici 25.1.** Les notes de n'Albert i na Sònia en 5 exàmens són:

Albert	4	6	6	7	5
Sònia	4,30	6,20	6,00	5,00	5,50

- Calculeu la mitjana aritmètica dels dos
- Trobeu la resta entre la mitjana aritmètica i el valor de l'examen (sempre heu de restar el major menys el menor):

Albert	4	6	6	7	5
Mitjana:					
Resta:					
Sònia	4,30	6,20	6,00	5,00	5,50
Mitjana:					
Resta:					

- Fent un cop d'ull a aquesta taula podíeu dir si algun és més regular o no?
- Què passaria si féssim la mitjana d'aquestes restes? Què significaria aquest nombre? (aquest paràmetre es diu *desviació mitjana*)

**Exercici 25.2.** Els sous mensuals de 20 empleats d'una empresa de telecomunicacions són:

1200, 1600, 1400, 1300, 1500, 1200, 1500, 1500, 1500, 1500,  
1300, 1200, 1600, 2000, 1000, 1200, 1000, 1200, 1300, 1400

- Quina és la moda?

- b. Quina és la mitjana aritmètica?
- c. Troba la variació mitjana del sou. Segons el que has calculat, tothom cobra el mateix o no?

**Exercici 25.3.** Els gols d'un jugador de futbol en 20 partits són:

1, 0, 3, 2, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 2, 3, 2, 3, 0, 0, 1, 1, 0

El president de l'equip on juga vol saber:

- a. Si marca prou gols per partit
  - b. Si és prou regular
- Què li respondries?

**Exercici 25.4.** Dos equips de bàsquet han obtingut els resultats següents en 10 partits:

Equip A	Equip B
72, 60, 80, 90, 62, 60, 95, 110, 85, 86	80, 90, 70, 85, 75, 80, 82, 78, 81, 79

- a. Calcula la mitjana
- b. Quin dels dos és més regular?

**Exercici 25.5.** Les notes d'un grup de 3r d'ESPA són:

6, 5, 3, 7, 5, 4, 6, 8, 2, 6, 9, 4, 5, 6, 4, 5, 6, 8, 4, 3, 0

Amb aquestes notes podem dir que el grup és més o menys homogeni o bé hi ha classes d'alumnes que tenen rendiments molt diferents?

**Exercici 25.6.** Sabem que l'empresa *A* té de mitjana un sou de 15000 € i una variació mitjana de 200 €.

- a. Creus que és alta o baixa?
- b. I si tengués una variació mitjana de 1000 €?
- c. A partir de quin nombre establiries que la variació mitjana és alta?

**Exercici 25.7.** Les notes del segon quadrimestre d'un curs de 4t d'ESPA són les següents:

4, 7, 6, 3, 8, 5, 6, 7, 6, 6, 8, 9, 3, 6, 5, 5, 8, 7, 6, 8

- a. Trobeu la mitjana aritmètica, la desviació mitjana i l'interval de la desviació mitjana



- Calculeu tots els paràmetres de centralització de les dues poblacions, i compareu-les
- Calculeu els paràmetres de dispersió i compareu-los
- Quines conclusions podeu treure

**Exercici 25.12.** Dos equips de bàsquet tenen les següents estadístiques pel que fa al nombre de punts per partit:

Equip A	Equip B
75, 74, 80	100, 80, 85
62, 65, 95	92, 96, 82
100, 110, 96	96, 97, 97
120, 125, 115	83, 80, 86

- Quin equip fa més punts per partit?
- Quin són els punts més freqüents en cada equip?
- Trobeu la desviació mitjana i el coeficient de variació, i treieu conclusions sobre la constància de cada equip

**Exercici 25.13.** El nombre d'hores de feina (per setmana) que fan 30 persones d'una empresa són:

40, 50, 60, 43, 35, 30, 43, 54, 56, 46, 50, 51, 42, 44, 46,  
47, 46, 48, 49, 60, 59, 57, 55, 44, 52, 48, 47, 30, 47, 70.

- Trobeu la mitjana d'hores per empleat
- Quantes hores són les que fan feina els empleats més freqüentment
- Tothom fa les mateixes hores de feina? Hi ha molta diferència entre el que fa més hores de feina i el que en fa més?

**Exercici 25.14.** L'edat en que es treuen el carnet de cotxe un grup de persones escollides a l'atzar és:

18, 19, 18, 20, 23, 18, 43, 24, 30, 18,  
52, 30, 22, 21, 19, 18, 19, 20, 21, 27,  
21, 48, 36, 40, 34, 21, 21, 19, 18, 18.

Calculeu: (a.) l'edat mitjana (b.) l'edat més freqüent a la que es treu el carnet de cotxe, (c.) i la variabilitat de les edats.

**Exercici 25.15.** Les despeses en euros que els clients realitzen a un comerç són:



Interval	Freqüència
[0, 10)	20
[10, 20)	30
[20, 30)	40
[30, 40)	30
[40, 50)	40
[50, 60)	30
[60, 70)	40
[70, 80)	10

Trobeu la desviació mitjana i treieu les vostres conclusions

## Solucions

-

## 26 Paràmetres de centralització i dispersió

### Preguntes

**Exercici 26.1.** Calculeu (a.) la mitjana, (b.) la mediana, (c.) la moda i (d.) el rang de les dades següents :

Valor:	1	2	3	4	5
Freqüència:	5	6	1	4	3

**Exercici 26.2.** Les notes obtingudes per 40 alumnes a l'assignatura de Música han estat:

6, 4, 1, 7, 3, 5, 3, 7, 8, 4, 6, 6, 2, 5, 2, 6, 0, 5, 8, 7, 4,  
9, 5, 10, 8, 6, 9, 7, 2, 5, 2, 6, 10, 5, 7, 6, 8, 7, 3, 6

Calculeu:

- la mitjana
- el rang
- quants estudiants han tret una nota inferior o igual a un 4?
- quants estudiants han tret un excel·lent? Quin tant per cent suposa?

**Exercici 26.3.** Els preus del lloguer mensual de l'habitatge es recullen en aquesta taula:

Preu (€)	240	270	300	330	360	390	420
Nombre d'habitatges	13	33	40	35	35	30	16

- Calculeu la mitjana del preu dels habitatges
- Quin és el preu més comú?
- Quin és el rang? Què significa aquest valor?

**Exercici 26.4.** El nombre d'assignatures suspeses de 15 alumnes va ser:

4, 1, 0, 4, 1, 4, 1, 2, 3, 0, 2, 4, 0, 3, 1

- Calculeu la moda, la mitjana aritmètica i el rang

b. Mireu què signifiquen aquestes dades

**Exercici 26.5.** Feis la taula de freqüències expandida de les dades següents.

1, 2, 4, 2, 1, 5, 6, 1, 5, 6

Calculeu la mitjana, la moda i el rang de valors.

**Exercici 26.6.** Les notes de Naturals d'una classe són:

2, 1, 5, 5, 6    10, 8, 8, 7, 7  
5, 6, 5, 5, 6    7, 3, 8, 0, 4  
0, 6, 3, 3, 8    8, 5, 8, 3

Feis la taula de freqüències i trobeu la moda. Interpreteu-les.

**Exercici 26.7.** El nombre de persones per caixa en un supermercat és:

1, 2, 5, 4, 0    0, 1, 2, 3, 2  
2, 2, 5, 6, 1    2, 2, 2, 0, 10  
1, 1, 3, 5, 3    1, 4, 3, 5, 5

- Trobeu la taula de freqüències
- Trobeu la freqüència relativa, la freqüència absoluta acumulada i els percentatges d'aparició dels valors.
- Calculeu la mitjana i la moda
- Trobeu el rang de valors

**Exercici 26.8.** El nombre de cridades que ha fet una persona en els dies d'una setmana han estat:

3, 4, 1, 10, 4, 3, 2

A. Trobeu:

- El rang de valors
- La mitjana aritmètica
- La moda

- d. La mediana
- e. La desviació mitjana

B. Intepreteu cadascun dels paràmetres

**Exercici 26.9.** Les temperatura enregistrada a 36 estacions metereològiques el 15 d'agost a les 12:00 a Europa són:

25, 31, 32, 31.5, 42,      38.2, 28, 29.5, 31, 30.2,  
 29.6, 28.7, 32.3, 34.5, 30.2,    20, 40, 23, 23.2, 22.2,  
 21.5, 20.7, 27.8, 29.0, 30      38, 37, 36, 25, 29,  
 31, 32.5, 31.6, 30.2, 28.5      28.5

- a. Agrupa les dades en intervals d'amplitud 5
- b. Troba la mitjana, la mediana
- c. Troba la temperatura més freqüent
- d. Calcula els percentils  $p_{25}$ ,  $p_{90}$
- e. Troba el coeficient de variació

**Exercici 26.10.** El nombre de persones que acudí a les classes de natació d'una piscina municipal fou:

38, 47, 40, 52, 46, 32, 55, 53, 48, 55  
 54, 60, 59, 55, 56, 47, 43, 48, 60, 54  
 50, 60, 39, 53, 48, 58, 45, 48, 43, 39

- a. Agrupeu les dades en intervals d'amplitud 10 i feis la taula de freqüències
- b. Trobeu les marques de classe
- c. Calculeu la mitjana, mediana i la moda
- d. Trobeu la desviació mitjana i el coeficient de variació mitjana

**Exercici 26.11.** A una classe de 4t d'ESPA, les notes de Matemàtiques de cada alumne són:

4, 5, 6, 1, 2, 6, 7, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 1, 0, 4, 6, 4, 9,  
 5, 3, 4, 1, 6, 6, 6, 5, 4, 0, 6, 6, 5, 4, 0, 5, 3, 4, 1, 6.

- a. Feis la taula de freqüències
- b. Calculeu la mitjana, la mediana i la moda
- c. Calculeu  $p_{75}$  i interpreteu-lo
- d. Calculeu el coeficient de variació

**Exercici 26.12.** Si tiram un dau 5.000 vegades, el nombre de vegades que surt cada nombre segueix la taula següent:

Nombre	1	2	3	4	5	6
Freqüència absoluta	0	500	250	800	200	3.250

- Feis el diagrama de barres
- Calculeu  $\bar{x}$ ,  $Me$ ,  $Mo$  i  $p_{75}$
- Calculeu el coeficient de variació

**Exercici 26.13.** En els darrers deu sortejos de l'ONCE, el reintegrament va correspondre als següents nombres:

0, 1, 2, 1, 3, 8, 7, 4, 5, 6

- Trobeu la mitjana, la moda, la mediana i la desviació mitjana
- Intepreteu els resultats

**Exercici 26.14.** Es prova un nou medicament per pacients que sofreixen migranya i es realitza un estudi sobre 10.000 pacients per saber quants de dies per setmana tenen maldecap:

Dies de maldecap	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de pacients	5.000	2.000	1.000	500	200	200	100

- Trobeu la mitjana, mediana, moda i la desviació mitjana
- Si podeu, treis les conclusions oportunes
- En general podem dir que aquest medicament funciona?

**Exercici 26.15.** Es realitza una enquesta sobre el nombre de productes que compren els clients d'un supermercat. Els resultats sobre una mostra de 30 clients són:

10, 2, 6, 8, 13, 22, 33, 44, 10, 23, 43, 5, 20, 7, 5,  
8, 90, 15, 21, 7, 21, 10, 20, 70, 34, 12, 11, 67, 70, 1.

Agrupeu les dades en sis intervals i trobeu:

- quin és la mitjana de productes que s'enduen els clients
- el nombre màxim i mínim de productes que s'enduen els clients
- la moda. Interpreteu-la

- d. la mediana
- e. la desviació mitjana. Varia molt el nombre de productes que s'enduen els clients?

**Exercici 26.16.** Les temperatures enregistrades a 36 estacions meteorològiques el 15 d'agost a les 12:00 a Europa són:

25, 31, 32, 31.5, 42, 38.2, 28, 29.5, 31, 30.2  
29.6, 28.7, 32.3, 34.5, 30.2, 20, 40, 23, 23.2, 22.2  
21.5, 20.7, 27.8, 29.0, 30, 38, 37, 36, 25, 29  
31, 32.5, 31.6, 30.2, 28.5 28.5

- a. Agrupeu les dades en intervals
- b. Trobeu la mitjana, la mediana
- c. Trobeu la temperatura més freqüent
- d. Trobeu la desviació mitjana

**Exercici 26.17.** El nombre de telefonades que reb una persona en els dies d'una setmana han estat:

3, 4, 1, 10, 4, 3, 2

A. Trobeu:

- a. El rang de valors
- b. La mitjana aritmètica
- c. La moda
- d. La mediana
- e. La desviació mitjana

B. Intepreteu cadascun dels paràmetres

## Solucions

-



## 27 Gràfics i diagrames estadístics

### Preguntes

**Exercici 27.1.** El nombre de mòbils que han tingut 32 persones al llarg de la seva vida ha estat:

0, 1, 3, 4, 4, 4, 6, 5, 0, 5, 3, 5, 4, 1, 4, 4,  
4, 3, 2, 4, 3, 2, 3, 3, 3, 3, 1, 2, 2, 2, 6, 7

- Trobeu la taula de freqüències
- Realitzeu el diagrama de barres

**Exercici 27.2.** La talla de calçat que utilitzen 20 alumnes en una classe d'Educació Física és:

37, 38, 43, 40, 40, 38, 40, 37, 39, 41, 38, 37, 37, 42, 38, 38, 38, 37, 38, 38

- Feis la taula de freqüències
- Trobeu quin tant per cent representa
- Trobeu la moda i la mitjana aritmètica
- Feis el diagrama de barres

**Exercici 27.3.** Les edats (en anys) dels 30 primers visitants del Planetari de la Fira de la Ciència 2011 han estat:

20, 7, 10, 13, 4, 7, 8, 11, 16, 14, 8, 10, 16, 18, 12,  
3, 6, 9, 9, 4, 13, 5, 10, 17, 10, 18, 5, 7, 10, 20

Trobeu:

- la seva moda
- la seva mitjana
- la taula de freqüències
- feis el gràfic de barres

**Exercici 27.4.** El nombre de partits guanyats consecutivament de tennis per 30 jugadors seleccionats a l'atzar és:

4, 5, 1, 0, 4, 10, 3, 4, 6, 6 5, 1, 2, 4, 4,  
7, 6, 8, 9, 6, 9, 5, 5, 4, 2 4, 4, 3, 4, 0

Trobeu la taula de freqüències expandida i feis un diagrama de barres.

**Exercici 27.5.** El nombre de pàgines web visitades diàriament per un internauta sobre un total de 12 pàgines:

4, 5, 0, 4, 12, 10, 11, 5, 6, 6 9, 5, 4, 4, 4,  
5, 6, 8, 11, 9, 12, 9, 8, 9, 4 4, 3, 4, 7, 0

- Feis la taula de freqüències
- Calculeu la mitjana
- Feis un diagrama de barres

**Exercici 27.6.** El nombre d'encertants per dia a la loteria a Balears és:

Nombre d'encertants	0	1	2	2	3	4	5	6
Dies	2	3	2	0	2	1	1	1

- Trobeu la mediana i  $p_{75}$
- Feis el diagrama de barres

**Exercici 27.7.** El nombre de fills per persona d'una població de 10.000 habitants és:

Nombre de fills	Freqüència
0	2.000
1	2.000
2	500
3	250
4	230
5	20

- Trobeu la mitjana i la moda, i interpreta-les
- Feu el diagrama de barres

**Exercici 27.8.** Les notes de Ciències Naturals d'una classe són:

2, 1, 5, 5, 6, 10, 8, 8, 7, 7  
5, 6, 5, 5, 6, 7, 3, 8, 0, 4  
0, 6, 3, 3, 8, 8, 5, 8, 3

- a. Calculeu la mitjana, la mediana i la moda.
- b. Feis el diagrama de barres

**Exercici 27.9.** La taula de freqüències del nombre de cotxes venuts el darrer mes pels venedors de Nova York és:

Dada	0	1	2	3	4	5	6
Freqüència absoluta	500	2.000	1.900	200	100	300	1.000

Trobeu: (a.) la mitjana, la mediana i la moda, (b.) la desviació mitjana . Treieu les vostres pròpies conclusions i feis el diagrama de barres.

**Exercici 27.10.** El nombre de cotxes per persona d'una població de 5.000 habitants és:

Nombre de cotxes	Freqüència
0	2.000
1	2.000
2	500
3	250
4	230
5	20

- a. Trobeu la mitjana i la moda, i interpreta-les
- b. Feis el diagrama de barres

**Exercici 27.11.** Feis els diagrames de barres i el diagrama de sectors de les notes del butlletí del segon quadrimestre de 30 alumnes de 3r d'ESPA:

10, 3, 4, 5, 6, 4, 8, 9, 9, 8, 8, 4, 3, 2, 8, 1, 2, 2, 3, 5, 5, 7, 8, 7, 9, 7, 8, 8, 9

**Exercici 27.12.** Realitzeu un diagrama de barres del nombres obtinguts quan es llança un dau trenta vegades:

1, 2, 1, 3, 4, 6, 6, 2, 3, 1, 2, 3, 4, 6, 6,

1, 2, 3, 4, 5, 4, 2, 3, 3, 4, 6, 1, 1, 1, 6.

Podem “deduir” que el dau està trucat o no? Per quina raó?

**Exercici 27.13.** De la llista d'Eurovisió (taula ??), mireu quants homes i dones han participat i feu un recompte. Feu un diagrama de sectors amb aquestes dades.

**Exercici 27.14.** El color dels ulls de les persones d'un grup de 30 persones és:

VERD, MARRÓ, BLAU, MARRÓ, MARRÓ, MARRÓ,  
MARRÓ, VERD, MARRÓ, BLAU, VERD, VERD,  
MARRÓ, MARRÓ, BLAU, VERD, BLAU, BLAU,  
BLAU, VERD, BLAU, MARRÓ, MARRÓ, MARRÓ,  
MARRÓ, MARRÓ, BLAU, MARRÓ, MARRÓ, MARRÓ

Amb el transportador d'angles, feis el diagrama de sectors.

**Exercici 27.15.** Dels 30 assistents a un sopar, aquests varen ser els segons plats:

VEDELLA, PEIX, PEIX, PEIX, VEDELLA,  
PEIX, XOT, PEIX, VEDELLA, PEIX,  
XOT, PEIX, XOT, PEIX, VEDELLA,  
PEIX, VEDELLA, PEIX, VEDELLA, XOT,  
PEIX, XOT, PEIX, XOT, XOT,  
XOT, XOT, XOT, XOT, XOT

Feis un gràfic de sectors amb aquestes dades

**Exercici 27.16.** Aquestes són les dades d'una enquesta sobre el nombre de ràdios a les cases espanyoles:

N. de ràdios:	0	1	2	3	4
N. de cases:	432	8.343	6.242	1.002	562

- Trobeu el tant per cent que suposen el nombre de cases amb 0 ràdios, amb 1 ràdio, etc.
- Feu un diagrama de sectors

**Exercici 27.17.** La nacionalitat de les persones que han viatjat per l'espai és la següent:

Nacionalitat	Nombre de persones	% que representa
Estats Units d'Amèrica	332	
Rússia	110	
ESA	33	
Canadà	9	
Japó	8	
La Xina	6	
Altres	21	

(La ESA inclou un conglomerat de diversos països europeus. S'inclouen d'aquesta manera perquè els països aïllats tenen molt poc pes i no apareixerien a la taula)

- Completeu la taula
- Digueu quina és la moda
- Feis el diagrama de sectors

**Exercici 27.18.** Feis el diagrama de pastís d'aquestes dades:

1, 2, 4, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 3,  
3, 4, 3, 1, 4, 1, 1, 1, 1, 1.

**Exercici 27.19.** La taula de freqüències absolutes del nombre de cotxes venuts el darrer mes pels venedors de Inca és:

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6
$f_i$	500	0	2.000	1.900	200	100	300

- Trobeu la mitjana, la mediana i la moda
- Calculeu la desviació mitjana i el coeficient de variació
- Treis les vostres pròpies conclusions
- Dibuixeu el diagrama de barres i el diagrama de pastís

**Exercici 27.20.** A una classe de 2n d'ESO, les notes de Català de cada alumne són:

4, 5, 6, 1, 2, 6, 7, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 1, 0, 4, 6, 4, 9,  
5, 3, 4, 1, 6, 6, 6, 5, 4, 0, 6, 6, 5, 4, 0, 5, 3, 4, 1, 6.

- Feu la taula de freqüències
- Calculeu la mitjana, la mediana i la moda

c. Feu el diagrama de pastís

**Exercici 27.21.** El nombre d'hores de telèfon per individu d'una població de l'Estat espanyol han estat els següents:

Intervals	Freqüència absoluta
[0, 5)	10
[5, 10)	40
[10, 15)	55
[20, 25)	50
[25, 35)	20
[35, 60)	25

- Calculeu les freqüències relatives i es freqüències acumulades
- Dibuixeu l'histograma de freqüències
- Trobeu la mitjana aritmètica
- Calculeu la desviació típica
- Obteniu el coeficient de variació. Segons això, la dispersió de la mostra és molt gran?
- Calculeu l'interval  $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$  i digueu quin tant per cent de les dades hi ha a aquest interval. Comenteu el resultat obtingut.

**Exercici 27.22.** El nombre de ous eclosionats per individu d'una espècie de granota han estat els següents:

Intervals	Freqüència absoluta
[20, 30)	5
[30, 40)	10
[40, 50)	25
[50, 60)	30
[60, 80)	15
[80, 100)	10

Calculeu:

- Les freqüències relatives
- Les freqüències acumulades
- La marca de classe de cada interval
- Dibuixa l'histograma de freqüències
- Mitjana aritmètica

- f. Variança i la desviació típica
- g. El coeficient de variació. Segons això, la dispersió de la mostra és molt gran?
- h. L'interval  $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$  i digueu quin tant per cent de les dades hi ha a aquest interval. Comenteu el resultat obtingut.

**Exercici 27.23.** El nombre de persones que va entrar a la botiga “Ca’n Salat” el juny del 2005 varen ser:

2, 4, 0, 5, 6, 47, 43, 28, 50, 14,  
 4, 6, 9, 5, 16, 2, 5, 3, 8, 5,  
 25, 6, 19, 13, 28, 48, 35, 58, 13, 9.

- a. Agrupeu les dades en interval d'amplitud 10
- b. Calculeu  $\bar{x}$ ,  $Me$ ,  $Mo$
- c. Feis l'histograma de freqüències

**Exercici 27.24.** Les alçades de 30 persones collides a l'atzar són:

156, 154, 165, 168, 174, 145, 169, 168, 162, 170  
 172, 180, 176, 178, 177, 156, 189, 164, 174, 180  
 160, 186, 175, 173, 175, 172, 180, 179, 178, 177

- a. Agrupeu les dades amb interval d'ammplitud 10
- b. Calculeu la desviació mitjana i el coeficient de variació
- c. Representeu les dades en un histograma

## Solucions

-



# Referències

- [1] Wikipedia, *Margarita*, <https://en.wikipedia.org/wiki/Margarita> (2021).
- [2] Wikipedia, *Principi de Pareto*, [https://ca.wikipedia.org/wiki/Principi\\_de\\_Pareto](https://ca.wikipedia.org/wiki/Principi_de_Pareto) (2021).
- [3] Wikipedia, *Ley potencial*, [https://es.wikipedia.org/wiki/Ley\\_potencial](https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_potencial) (2021).
- [4] Wikipedia, *Llei dels gasos ideals*, [https://ca.wikipedia.org/wiki/Llei\\_dels\\_gasos\\_ideals](https://ca.wikipedia.org/wiki/Llei_dels_gasos_ideals) (2021).
- [5] Som Connexió SCCL, *Tarifes internacionals (trucades des de mòbil)*, <https://somconnexio.coop/wp-content/uploads/2020/11/Tarifas-internacionales-CAT.pdf> (2021).
- [6] Sociedad Estatal de Correos y Telégrafos, S. A., *Tarifas 2020. Península y Baleares*, [https://aplicaciones.correos.es/ss/Satellite?blobcol=urldata&blobheader=application%2Fpdf&blobheadername0=content-type&blobheadername1=Content-Disposition&blobheadervalue0=application%2Fpdf&blobheadervalue1=filename%3DTarifas\\_2020\\_Peninsula\\_y\\_Baleares.pdf&blobkey=id&blobtable=MungoBlobs&blobwhere=1366093450310&ssbinary=true](https://aplicaciones.correos.es/ss/Satellite?blobcol=urldata&blobheader=application%2Fpdf&blobheadername0=content-type&blobheadername1=Content-Disposition&blobheadervalue0=application%2Fpdf&blobheadervalue1=filename%3DTarifas_2020_Peninsula_y_Baleares.pdf&blobkey=id&blobtable=MungoBlobs&blobwhere=1366093450310&ssbinary=true) (2020).

# Índex alfabètic

<b>c</b>		
cost marginal	68	
		de Pareto 68
		potencial 68
<b>l</b>		
lleis		